УДК 624.539.3

Оптимизация прямоугольной ребристой плиты на упругом основании методом градиентного спуска по границе

Вербицкая О.Л., Шевчук Л.И.
Белорусский национальный технический университет

Рассматривается задача оптимизации прямоугольной линейно деформируемой железобетонной плиты на упругом основании. Размеры плиты в плане 12×6 *м* Плита подкреплена тремя ребрами жесткости с шириной 1 *м* и загружена двумя вертикальными силами $F = 600$ *кН*, приложенными на пересечениях ребер (рис.1). Модуль упругости и коэффициент Пуассона материала плиты соответственно равны $E = 40$ *ГПа* и $\nu = 0.18$.

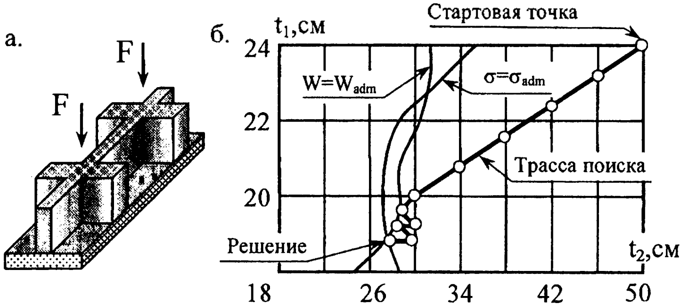

Рис. 1. Схема плиты, подкрепленной ребрами (а), и результат сканирования и трасса поиска оптимального решения (б)

Грунтовое основание состоит из двух слоев – цементогрунт толщиной $\delta_1 = 0.20$ *м* и модулем деформации $E_1 = 400$*МПа*; песок средней плотности толщиной $\delta_2 = 6.0$ *м* и модулем упругости $E_2 = 130$*МПа*. Толщина и модуль деформации эквивалентного слоя соответственно приняты

$$\delta_{12} = \delta_1 + \delta_2 = 0.20 + 6.00 = 6.20 \text{ м}; \quad (1)$$

$$E_{12} = \frac{E_1 E_2 (\delta_1 + \delta_2)}{\delta_1 E_2 + \delta_2 E_1} = \frac{400 \cdot 130 (0.2 + 6.0)}{0.2 \cdot 130 + 6.0 \cdot 400} = 134 \text{ МПа}. \quad (2)$$

Коэффициент, характеризующий жесткость основания, определен по деформируемости эквивалентного слоя

$$k = \frac{E_{12}}{\delta_{12}} = \frac{134}{6.20} = 21.6\ \frac{МН}{м}. \qquad (3)$$

В качестве целевой функции принят объем плиты

$$V\left(\vec{X}\right) = min V\left(\vec{X}\right), \qquad \vec{X} = \left(x_1, x_2\right)^T, \qquad \vec{X} \in R_n, \qquad (4)$$

где $\vec{X}$ – вектор (точка) двумерного пространства R_n. Параметрами оптимизации являлись толщина плиты x_1 и высота ребра x_2, которые ограничены по конструктивным соображениям

$$x_{k\min} \le x_k \le x_{k\max} \quad (k = 1,2) \qquad (5)$$

Приняты следующие значения границ – $x_{1\min} = 18\,см$, $x_{2\min} = 18\,см$, $x_{1\max} = 24\,см$ и $x_{2\max} = 50\,см$. Так же поставлены ограничения по прочности и по жесткости

$$\sigma_{\max} \le \sigma_{adm} = 10\,МПа \quad и \quad W_{\max} \le W_{adm} = 2\,см. \qquad (6)$$

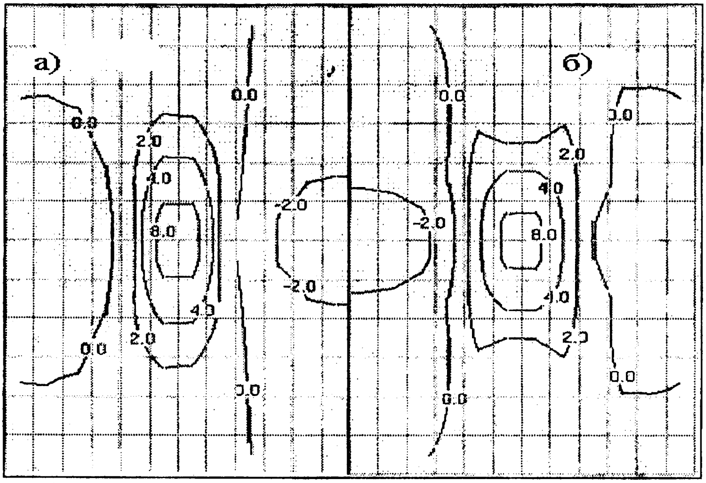

Рис. 2. Карты изолиний нормальных напряжений для сплошной (а) и для ребристой (б) плит

Для расчета использован метод градиентного спуска по границе [1, 2]. Расчет выполнен по программе *Cross*, составленной на алгоритмическом языке Паскаль (Дельфи-7) . По результатам сканирования найдены границы области поиска оптимального решения (рис. 1 б). Процесс поиска оптимального решения показан на трассе (см. рис.1 б). Анализ результатов оптимизации подтвердил стабильность и высокую скорость процесса поиска, а также гарантированную однозначность решения.

Получены оптимальные размеры ребристой плиты $x_1 = 18\ см$, $x_2 = 30\ см$ и сплошной плиты $x_1 = x_2 = 26\ см$. Характер распределения нормальных напряжений по площади плиты показан на рис. 2. Очевидно, что и в сплошной и в ребристой плите наблюдается концентрация напряжений в местах приложения нагрузки. Однако, отличие в распределении расчетных напряжений по площади плит незначительное.

Затраты материала на сплошную плиту с оптимальной толщиной равной $x = 26\ см$, принятой по условию прочности и жесткости, составили $18.72\ м^3$. Для ребристой плиты с оптимальными размерами $x_1 = 18\ см$ и $x_2 = 30\ см$ объем материала равен $15.6\ м^3$. Таким образом, за счет оптимизации подкрепленной ребрами плиты на упругом основании достигнуто снижение затрат материала на 17%.

Литература

1. Вербицкая,О.Л. Алгоритм оптимизации прямоугольных пластинок методом градиентного спуска с навигацией направления поиска вблизи границ. Научно-технический журнал "Вестник БНТУ" № 2, Мн. – 2004, С.15-21.
2. Вербицкая,О.Л., Шевчук,Л.И. Оптимизация прямоугольных железобетонных плит кусочно-постоянного сечения методом градиентного спуска по границе/Материалы Третьей международной научно-технической конференции в 2-х томах, № 1.– 2006. С. 400-402.