

## Математическая модель вибрационного точения с асимметричным циклом колебаний

Молочко В. И., Данильчик С. С.

Белорусский национальный технический университет

Вибрационное точение осуществляется путем наложения на постоянную подачу  $S$  инструмента дополнительных симметричных колебательных движений с амплитудой  $A$  и частотой  $f$ , создаваемых с помощью эксцентрикового механизма, приводимого от шпинделя станка. В этом случае величина перемещения инструмента в любой момент времени  $t$  определяется по формуле [1]:

$$X = Snt + A \sin(2\pi ft + \varphi_0),$$

где  $n$  - частота вращения шпинделя токарного станка,  $\varphi_0$  - начальный угол поворота кулачка относительно выбранной оси.

Как указывалось в [2], качество обработанной поверхности можно повысить за счет наложения на постоянную подачу инструмента асимметричных колебаний. В этом случае максимальное расстояние между двумя соседними траекториями движения инструмента по заготовке уменьшается, а, следовательно, уменьшается и максимальная высота гребешков микронеровностей обработанной поверхности. При реализации асимметричного вибрационного точения на станках, к примеру, на токарных станках с ЧПУ, вибрационное движение инструмента описывается кусочно-линейной функцией, которая может быть разложена в ряд Фурье. Рассмотрим цикл движения инструмента как периодическую функцию  $f(x)$  с периодом  $2\pi$ . Функция определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} f(x) &= -\left(\frac{2\pi A}{b} + \frac{2Ax}{b}\right) \text{ при } -\pi \leq x \leq -\frac{a}{2}; \\ f(x) &= \frac{2Ax}{a} \text{ при } -\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}; \\ f(x) &= -\frac{2Ax}{b} + \frac{2\pi A}{b} \text{ при } \frac{a}{2} \leq x \leq \pi, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $a$  и  $b$  - части периода, приходящиеся на врезание инструмента в заготовку и отвод, соответственно, т.е.  $a + b = 2\pi$ .

В связи с тем, что рассматриваемая функция является нечетной, то при преобразовании ее в ряд Фурье она примет вид:

$$f(x) = b_1 \sin x + b_2 \sin 2x + b_3 \sin 3x + \dots + b_k \sin kx, \quad (2)$$

где  $b_1, b_2 \dots b_k$  - коэффициенты Фурье.

Расчет коэффициентов  $b_k$  ведется по формуле:

$$b_k = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \sin kx \, dx.$$

$$b_k = \frac{2}{\pi} \left( \int_0^{\frac{a}{2}} \frac{2A}{a} x \sin kx \, dx + \int_{\frac{a}{2}}^{\pi} \left( -\frac{2A}{b} x + \frac{2\pi A}{b} \right) \sin kx \, dx \right) = \frac{8A}{k^2 ab} \sin \frac{ka}{2}.$$

Подставив рассчитанное значение коэффициента  $b_k$  в (2), получим окончательный ряд Фурье функции (1):

$$f(x) = \frac{8A}{ab} \sin \frac{a}{2} \sin x + \frac{8A}{2^2 ab} \sin \frac{2a}{2} \sin 2x + \dots + \frac{8A}{k^2 ab} \sin \frac{ka}{2} \sin kx.$$

Выразим функцию  $f(x)$  через аргумент времени  $t$ . В этом случае  $x = \frac{t}{t_u} 2\pi$ , где  $t_u$  - время выполнения одного цикла. Если

один оборот заготовки осуществляется за  $1/n$  минут, то один цикл колебания инструмента - за  $c/n$  минут, где  $c$  - часть оборота заготовки, приходящаяся на цикл колебательного движения инструмента. За один оборот заготовки выполняется  $z$  полных циклов и часть цикла колебания инструмента  $b'$ , приходящаяся на отвод [2]:

$$\begin{aligned} zc + b' &= 1 \\ c &= a' + b', \end{aligned} \quad (3)$$

где  $a'$  - часть оборота заготовки, приходящаяся на врезание инструмента в заготовку.

Учитывая, что  $\frac{a'}{a'}$  есть коэффициент асимметрии  $\xi$ , из выражения (3):

$$a' + b' = \frac{\xi + 1}{z(\xi + 1) + 1}.$$

В итоге всех необходимых подстановок получаем:

$$x = \frac{2\pi n(z(\xi + 1) + 1)}{\xi + 1}$$

Таким образом, колебательное движение инструмента описывается выражением:

$$f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{8A}{k^2 ab} \sin \frac{ka}{2} \sin \frac{k2\pi n(z(\xi + 1) + 1)}{\xi + 1} \right).$$

Накладывая это движение на постоянную подачу  $S$ , получим математическую модель колебательного движения инструмента при асимметричном вибрационном точении:

$$X = Snt + \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{8A}{k^2 ab} \sin \frac{ka}{2} \sin \frac{k2\pi n(z(\xi + 1) + 1)}{\xi + 1} \right).$$

На рисунке показана схема движения инструмента при следующих условиях:  $S = 0,4$  мм/об,  $n = 200$  мин<sup>-1</sup>,  $A = 0,2$  мм,

$$a = \frac{4}{3}\pi, \quad b = \frac{2}{3}\pi, \quad z = 4, \quad \xi = 2.$$

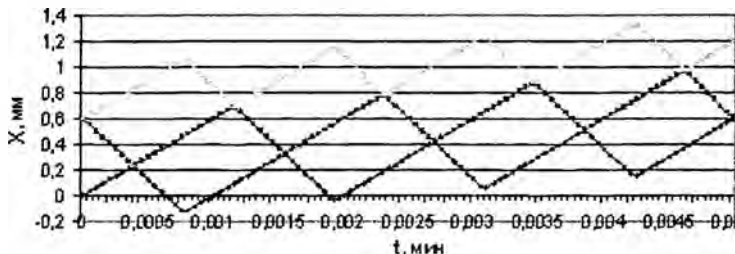


Рисунок. Схема движения режущего инструмента при асимметричном вибрационном точении.

### Литература

1. Коновалов, Е. Г. Осциллирующее точение / Е. Г. Коновалов, А. В. Борисенко. – Минск: Изд-во Академии наук БССР, 1960. – 32 с.
2. Молочко, В. И. О влиянии структуры цикла вибрационного резания на шероховатость обработанной поверхности / В. И. Молочко // Вести НАН Беларуси. Сер. физ.-техн. наук. – 2004. – № 1. – С. 45–52.