УДК 528.48

К вопросу оценки методом статистических испытаний результатов измерений при нетрадиционных способах уравнивания

Гармаза О. Е.
Белорусский национальный технический университет

В работе [1] проанализирован вопрос применения расширенной псевдообратной матрицы

$$F = \left(A^T C A\right)^{-1} A^T C, \tag{1}$$

для реализации оценки точности положения пунктов методом статических испытаний при нетрадиционных способах уравнивания. Здесь A- матрица коэффициентов параметрических уравнений поправок; C- матрица весов измерений. Матрицу F можно получить аналитически и получением коэффициентов по формуле Ю.П. Андреева [2].

Используя вычисленную матрицу F, можно не только выполнить оценку точности функций уравненных и измеренных величин, но и вычислить вероятность попадания определяемого пункта в круг ошибок методом статистических испытаний.

Анализ вычисления названной вероятности показал целесообразность выполнять при большом количестве опытов (10 000 опытов) следующим образом:

Пусть из уравнивания известны погрешности положения определяемых пунктов M_j. По величинам средних квадратических погрешностей результатов геодезических измерений, полученным после уравнивания, генерируем вектор свободных членов параметрических уравнений поправок L. Вычисляем вектор приращений координат:

$$\delta X = -FL, \tag{2}$$

Для каждого определяемого пункта вычисляем статистическое уклонение

$$R_j = \sqrt{\delta_{x_i}^2 + \delta_{x_{i+1}}^2}, \tag{3}$$

где δx_i δx_{i+1}- компоненты вектора δX.

Если $R_j \le M_j$, то пункт j попал в круг ошибок. Вероятность попадания определяемого пункта в круг ошибок рассчитаем по формуле [3]:

$$P = \frac{K}{10000}, \qquad (4)$$

где K- число попаданий определяемого пункта в круг ошибок при 10000 испытаний. Расчеты на *IBM PC/AT*-486 показали, что, благодаря применению матрицы F, для геодезических сетей, состоящих из 5 пунктов, представленные выше результаты вычисления на Pentiums занимают 1с машинного времени.

Практическая значимость данного предложения заключается в возможности вычисления вероятности P при нетрадиционных методах уравнивания. Ранее P рассчитывалось при уравнивании по методу наименьших квадратов (МНК), для которого P=0,632 независимо от величин M_j [4].

Для иллюстрации эффективности рассмотрим пример применения предложенного метода многокритериальной оптимизации, когда уравненные координаты пунктов и уравненные измерения получают путем минимизации двух целевых функций.

$$\Phi_1(X) = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{C_i}{\sigma_i}\right)^{n_i} |L_i(X)|^{n_i}. \qquad (5)$$

$$\Phi_2(X) = \min(\max M_i). \qquad (6)$$

Соответствующие расчеты представлены в таблице.

Результаты вычислений

№ примера	1	2	3	4	5	6
Обработка по методу наименьших квадратов						
μ	0,608	1,139	0,833	1,053	1,098	1,121
M_1	0,0523	0,0475	0,0424	0,0595	0,0373	0,0077
M_2	0,0536	0,0292	0,0439	0,0766	0,0406	0,0141
M_3	0,0245	0,0387	0,0206	0,0392	-	0,0125
M_4	-	-	-	0,0589	-	-
P_1	0,634	0,635	0,638	0,659	0,640	0,644
P_2	0,635	0,632	0,649	0,673	0,622	0,645
P_3	0,667	0,631	0,637	0,630	-	0,641
P_4	-	-	-	0,658	-	-

Обработка по методу многокритериальной оптимизации						
μ	0,471	1,084	0,803	0,515	0,989	0,331
M_1	0,0467	0,0436	0,0409	0,0437	0,0381	0,0061
M_2	0,0435	0,0325	0,0430	0,0549	0,0377	0,0110
M_3	0,0196	0,0436	0,0208	0,0239	-	0,0111
M_4	-	-	-	0,0459	-	-
P_1	0,643	0,639	0,640	0,679	0,642	0,636
P_2	0,640	0,632	0,648	0,659	0,624	0,651
P_3	0,668	0,626	0,634	0,619	-	0,641
P_4	-	-	-	0,679	-	-

1,2,3 – обработка триангуляции;

4,5 - обработка трилатерации;

6 – обработка линейно-угловой сети.

По результатам таблицы можно сделать следующие выводы:

1. При уравнивании по МНК величина P близка к 0,32, что является надежным контролем при отладке программы;
2. Благодаря многокритериальной оптимизации, величины M_j уменьшились в 1,5-2 раза по сравнению с МНК, что и предусматривалось критерием (6);
3. Несмотря на уменьшение погрешностей M_j, количество попаданий пунктов в круг ошибок увеличилось. В результате величина P, вычисленная для многокритериальной оптимизации, практически во всех случаях больше величины P, вычисленной для МНК.

Литература

1. Гармаза, О. Е. Об оценке точности положения пунктов плановых геодезических сетей методом статических испытаний при уравнивании по алгоритму Lp-оценок / О. Е. Гармаза // Вестник БНТУ. – 2004. – № 3. – С.7–8.

2. Андреев, Ю. П. Вычисление оценок точности методом моделирования ошибок / Ю. П. Андреев //Геодезия и картография. - 1971. – № 11. – С.20–24.

3. Сорокин, А. И. О вероятности средней квадратической погрешности положения точки / А. И.Сорокин, И. А. Сорокин // Геодезия и картография. – 1981. – № 12. – С.31–34.

4. Ганьшин, В. Н. Оценка точности определения местоположения пункта одним числом / В. Н. Ганьшин, В. М. Лазарев // Геодезия и картография. – 1985. – №8. – С.43–45.