

### Литература

1. Баковец В.В., Поляков О.В., Долговесова И.П. Плазменно-электролитическая анодная обработка металлов. Новосибирск, Наука, Сиб.отд., 1991, 168 с.
2. В.Н.Дураджи, А.С. Парсаданян. Нагрев металлов в электролитной плазме. Кишинев, Штиинца, 1988, 199 с.
3. Патент 1314729 СССР. Способ электрохимической обработки. В.К. Станишевский, А.Э. Паршутто, А.А. Кособуцкий.
4. Патент 5062541 США, МПК 204/224, 1991.

УДК 53(077)

### АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОБОБЩЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПРИНЦИПОВ ИНВАРИАНТНОСТИ

Лукашевич С.А., Желонкина Т.П., Литвиненко О.Г.  
*УО «Гомельский госуниверситет им. Ф. Скорины»  
Гомель, Беларусь*

Преобразование симметрии пространства не ограничивает выбора траектории изображающей точки в конфигурационном пространстве при изменении системы от некоторого начального состояния в конечное. В действительности реализуется только одно движение. В связи с этим возникает вопрос, а существует ли критерий, согласно которому из бесчисленного множества возможных движений можно выделить одно движение, которое является действительным? На этот вопрос в наиболее общем виде дает ответ вариационный принцип Гамильтона.

Опыт показывает, что действительное движение частицы или системы частиц между двумя точками пространства при данных условиях возможно только по какой-то одной определенной траектории. Это движение происходит при условии минимальной затраты или энергии, или времени или какой-либо другой физической величины.

Возникает важный теоретический интерес к исследованию проблемы: какие условия должны выполняться при движении механической системы по действительной траектории, если координаты ее точек бесконечно мало отличаются от координат точек множества траекторий, называемых виртуальными траекториями. Задача состоит в том.. чтобы результаты опытов обобщить и сформулировать принципы действи-

тельного движения механической системы в рамках геометрических принципов инвариантности.

Вычисление действительного движения из множества возможных движений механической системы осуществляется методами вариационного исчисления. Этот метод позволяет отразить движение не в данной точке траектории, а в а на ее отрезке, не в данный момент времени, а за конечный промежуток времени. Принципы, с помощью которых определяется действительное движение на конечном отрезке траектории или за конечный промежуток времени являются не дифференциальными, а интегральными. А так как эти принципы формулируются на основе понятия вариации, то они носят название интегральных вариационных принципов механики.

В 1833 году в работе Гамильтона «Проблема трех тел, рассмотренная с помощью моей характеристической функции» был сделан шаг в развитии принципа наименьшего действия, в результате которого он становится принципом всей физики. Характеристической функцией, о которой говорит Гамильтон, является действие, представленное в виде интеграла по времени:

$$S = \int_a^b L dt, \quad (1)$$

где  $L = L(t, q_\sigma, \dot{q}_\sigma)$  — лагранжиан.

Принцип Гамильтона гласит: из всех возможных движений, приводящих систему частиц с наложенными на нее голономными стационарными идеальными и удерживающими связями из начального состояния  $a(t_1, q_\sigma^{(1)})$  в конечное  $b(t_2, q_\sigma^{(2)})$ , в действительности реализуется то, для которого действие имеет экстремальное значение, т.е.

$$\delta \int_a^b L(t, q_\sigma, \dot{q}_\sigma) dt = 0, \quad (2)$$

Здесь задание начального и конечного состояний а и в равносильно заданию начальных условий в теории Ньютона.

В данном случае принцип Гамильтона здесь имеет смысл математического моделирования процесса обобщения предшествующей практики теоретической деятельности в учении о механическом движении. Для обоснования принципа (2) мы будем пользоваться центральным уравнением динамики. Будем сравнивать точки  $(c_1, c_2, \dots)$  действительного и вариационного движения в один и тот же момент времени. В этом случае  $\delta q_\sigma \neq 0$ ,  $\delta t = 0$ . (Рис. 1.), причем в начальный и конечный момент времени все траектории системы совпадают так, что

$$(\delta q_\sigma)_{t_1} = (\delta q_\sigma)_{t_2} = 0, \quad (3)$$

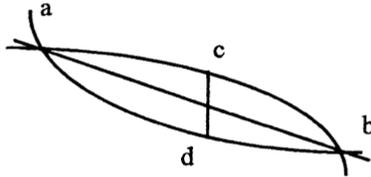


Рис. 1.

Следовательно, для каждого момента времени  $t: t_1 > t_2$  допускаются преобразования координат конфигурационного пространства. При скоростях частиц приближающихся к скорости света, классический принцип наименьшего действия перестает удовлетворять принципу инвариантности Галлилея; с другой стороны, он не удовлетворяет и релятивистскому (хроногеометрическому) принципу инвариантности, поскольку классическая функция действия Гамильтона построена без учета взаимосвязи пространства и времени. Поэтому этот принцип наименьшего действия не отвечает общим требованиям геометрической инвариантности.

Чтобы принцип наименьшего действия непротиворечиво удовлетворял геометрической инвариантности, т.е. требованиям хроногеометрического принципа инвариантности, функция действия Гамильтона должна быть инвариантом преобразований координат пространства-времени, т.е. инвариантом пространства-времени. Из равенства нулю вариации действия  $S(t, q_\sigma)$ :

$$\delta S \equiv \frac{\partial S}{\partial q_\sigma} \delta q_\sigma = 0,$$

следует, что  $\frac{\partial S}{\partial q_\sigma} = 0$ , т.е.  $S$  явно от обобщенных координат не зависит, что возможно в однородном и изотропном пространстве. Симметрия пространства допускает существование множества траекторий, но из этого множества согласно равенству  $\delta S = 0$ , только одна является действительной, для которой  $S$  имеет экстремальное значение. В случае релятивистского обобщения равенство нулю вариации функции  $S(x_i)$

$$\delta S \equiv \frac{\partial S}{\partial x_i} \delta x_i = 0$$

имеет место при равенстве нулю производной  $\frac{\partial S}{\partial x_i} = 0$ , из которого следует, что в условиях экстремума функция  $S$  не зависит явно от координат пространства-времени  $(x_1, x_2, x_3, x_4)$ , если пространство-время однородно. Теперь  $\delta x_i$  суть бесконечно малые изменения координат пространства-времени допускаемые наличием взаимосвязи пространства и времени, влекущей за собой существование десяти возможных независимых преобразований координат

пространства-времени: три пространственных поворота, четыре сдвига (три пространственных и один временной) и три пространственно-временных (-гиперболических) поворота, соответствующих преобразованию координат и времени при переходе от одной инерциальной системы к другой.

Таким образом в релятивистски обобщенном принципе Гамильтона содержатся вариации действия  $S$ , отвечающие бесконечно малым пространственно-временным поворотам, т.е. бесконечно малым изменениям скорости движения одной инерциальной системы отсчета относительно другой, для которых имеются бесконечно малые преобразования Лоренца, которые содержат пространственно-временные повороты, соответствующие преобразованию координат и времени при переходе от одной инерциальной системы к другой. Релятивистская функция действия должна быть инвариантом группы преобразований Лоренца.

Мы строим релятивистские функции действия для свободной частицы

$$S = -m_0 c \int_a^b ds,$$

для частицы в поле внешних сил

$$S = -m_0 c \int_a^b ds + \int_a^b P_i dx_i$$

и в частности для электрона в электромагнитном поле

$$S = -m_0 c \int_a^b ds + \frac{e}{c} \int_a^b A_i dx_i,$$

где  $P_i$  — четырехмерный импульс взаимодействия,  $A_i$  — четырехвектор потенциала электромагнитного поля, на инвариантах пространства-времени  $ds$ ,  $P_i dx_i$  и  $A_i dx_i$ .

Так как действие есть функция времени и координат:  $S(t, q_\alpha)$ , а релятивистское действие — функция координат пространства-времени:  $S = S(x_i)$ , где  $i = 1, 2, 3, 4$ , то в первом, классическом случае, аргумент функции отчетливо выражает отсутствие взаимосвязи пространства - времени, а во втором, релятивистском случае, — взаимосвязь пространства и времени очевидна. В первом случае время не варьируется, а во втором — варьируются все переменные пространства-времени. В классическом случае речь идет об отыскании действительной траектории системы частиц, которая выражается только через пространственные координаты, а при релятивистском обобщении находится действительная мировая линия-функция координат и времени.

Сказанное выше обобщим следующими словами: при всех возможных бесконечно малых преобразованиях симметрии однородного пространства-времени, оставляющей функцию действия инвариантной необходимым и достаточным условием действительного движения частицы является равенство нулю вариации этой функции, т.е.  $\delta S = 0$ , при  $\delta x_i \neq 0$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), при условии, что в начальной  $a$  и конечной  $b$  мировых точках пространства-времени действительная и варьированная мировые линии совпадают:

$$(\delta x_i)_a \equiv (\delta x_i)_b = 0.$$

Следовательно, релятивистское обобщение принципа Гамильтона есть обобщенное выражение геометрических принципов инвариантности, а  $\delta S = 0$  аналитическая форма представления этих принципов.

УДК 371.044:378.180

## **РОЛЬ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ**

**Манак И. С.**

*Белорусский государственный университет  
Минск, Беларусь*

Современные формы обучения в высших учебных заведениях должны обеспечивать подготовку специалистов, способных к творческому решению новых практических задач, неизбежно возникающих в результате постоянного развития науки и техники. Эффективным средством привития студентам навыков творческого использования знаний служит привлечение их к научно-исследовательской работе (НИР). Основной формой привлечения студентов и аспирантов к научным исследованиям в Белгосуниверситете является студенческая научно-исследовательская лаборатория (СНИЛ). При образовании СНИЛ полупроводниковых лазеров в октябре 1992 г. и выборе тематики исследований приоритет изначально был отдан фундаментальным исследованиям в области полупроводниковых инжекционных лазеров, включая квантоворазмерные лазеры на основе многослойных асимметричных гетероструктур и полупроводниковых легированных сверхрешеток, а также их практическим приложениям в диодной и светодиодной спектроскопии и лазерном медицинском приборостроении. В СНИЛ ежегодно выполняется 6 – 7 проектов, прошедших конкурсный отбор. В 2003 г. это 1 тема государственной программы фундаментальных исследований «Когерентность», 1 тема