Предлагаемая математическая модель может быть использована для оптимизации допусков любых узлов машин и приборов.

Литература

1. Ногин В.Д., Протодъяконов И.О., Евлампиев И.И. Основы теории оптимизации: Учеб. пособие для студентов втузов / Под ред. И.О.Протодъяконова, - М.: Высшая школа,1986. – 384 с.
2. Дунаев П.Ф., Леликов О.П. Расчет допусков размеров. – М.:Машиностроение, 1981. – 187 с.
3. Бочкарев В.Н. Решение задач по экономической оптимизации допусков// Стандарты и качество. - 1980.- № 6. – С.55-57.
4. Размерный анализ конструкций: Справ./ Бондаренко С.Г., Чередников О.Н., Губий В.П., Игнатцев Т.М. – Киев: Тэхника, 1989. – 149 с.
5. Фриндендер И.Г. Расчеты точности машин при проектировании. Киев; Донецк: Вища школа, 1980. – 182 с.
6. Маталин А.А. Технология механической обработки. – Л.: Машиностроение (Ленинградское отделение), 1977. – 464 с.

УДК 621.713

Контроль расположения цилиндрических поверхностей

Соломахо В.Л., Дадьков К.И.

Белорусский национальный технический университет

Контроль расположения цилиндрических поверхностей может осуществляться при помощи измерений межосевых расстояний. Деталь считается годной, если отклонения всех межосевых расстояний не превышают допустимые значения, т.е. по результатам измерения координат всех осей вычисляем $N = C_n^2 = n(n - 1)/2$ межосевых расстояний, где n — число контролируемых поверхностей. Так как межосевые расстояния инвариантны относительно выбора системы координат, то отпадает необходимость ориентирования детали в системе координат измерительного прибора. Определим зависимость допусков межосевых расстояний и допусков расположения осей контролируемых поверхностей.

Допуски расположения осей могут задаваться одним из двух способов:

1) позиционными допуском;

2) допусками на координаты.

При нормировании расположения осей поверхностей позиционными допусками поле допуска расположения оси имеет вид круга с радиусом, равным позиционному допуску в радиусном выражении и центром, совпадающим с номинальным положением оси. Очевидно, что предельно допустимые межосевые расстояния определяются из выражения

$$L_{\max} = L_{ном} + R_A + R_B, L_{\min} = L_{ном} - R_A - R_B,$$

где $L_{ном} = \sqrt{|x_A - x_B|^2 + |y_A - y_B|^2}$ — номинальное межосевое расстояние;

R_A, R_B — позиционные допуски осей поверхности A и B в радиусном выражении.

Если допуски расположения осей цилиндрических поверхностей задаются допусками на координаты, то поле допуска расположения оси имеет вид прямоугольника со сторонами, равными допуску соответствующей координаты. Для определения зависимости допусков на межосевые расстояния и допусков на координаты рассмотрим возможные варианты взаимного расположения прямоугольных полей допусков расположения осей цилиндрических поверхностей. Возможно два варианта расположения: проекции полей допусков на любую ось координат не пересекаются и проекции полей допусков расположения на одну из осей координат пересекаются.

Проекции на оси координат не пересекаются, если выполняются условия:

$$|x_A - x_B| > \frac{1}{2}(R_{xA} + R_{xB}), |y_A - y_B| > \frac{1}{2}(R_{yA} + R_{yB}),$$

где R_{xA}, R_{yA}, R_{xB}, R_{yB} — допуски соответственно на координаты X и Y расположения осей отверстий A и B.

Максимальное допустимое межосевое расстояние не зависит от характера взаимного расположения полей позиционных допусков. Его можно определить как диагональ прямоугольника:

$$L_{\max} = \sqrt{\left[|x_A - x_B| + \frac{1}{2}(R_{xA} + R_{xB})\right]^2 + \left[|y_A - y_B| + \frac{1}{2}(R_{yA} + R_{yB})\right]^2}.$$

Минимально допустимое межосевое расстояние определяется в зависимости от характера взаимного расположения позиционных полей допусков: или как диагональ, или как сторона прямоугольника

$$\begin{cases} L_{min} = \sqrt{P^2 + Q^2}, если P \geq 0, Q \geq 0; \\ L_{min} = Q, если P < 0; \\ L_{min} = P, если Q < 0, \end{cases}$$

где $P = |x_A - x_B| - \frac{1}{2}(R_{xA} + R_{xB});$

$$Q = |y_A - y_B| - \frac{1}{2}(R_{yA} + R_{yB}).$$

Анализ возможности построения оптимизированной системы координат по критерию ΣL показывает, что при небольшом количестве контролируемых точек $n \leq 6$, точка со сравнительно грубым позиционным допуском $T_{гр} > (3...4,5)/T_i$, где T_i — позиционный допуск i-ой точки, при значении позиционного отклонения, приближающемся к предельному, вызывает смещение и поворот оптимизированной системы координат. Устранение описанного эффекта может быть осуществлено путем введения коэффициентов влияния V_i. Значение коэффициента определяется из зависимости $V_i = T_{min}/T_i$, где T_{min} — минимальный позиционный допуск. Оптимизация должна проводиться по критерию минимума суммы отклонений с учетом коэффициентов влияния позиционных допусков координат всех точек в искомой системе координат от их номинальных значений (в дальнейшем будем считать оптимизированную таким образом систему координат оптимизацией по критерию L);

$$S = \sum V_i \sqrt{(X_{\partial i} - X_i)^2 + (Y_{\partial i} - Y_i)^2}.$$

Оптимизированной может считаться такая система координат детали, в которой максимальное отклонение самой удаленной из точек в номинальной системе координат с учетом или без учета коэффициентов влияния позиционных допусков точек V_i имеет минимальное значение (в дальнейшем — критерий VLM и LM соответственно), то есть

$$S = \max(V_i \cdot \sqrt{(X_{\partial i} - X_i)^2 + (Y_{\partial i} - Y_i)^2}) = \min.$$

Целевая функция S является дискретной. Поэтому поиск решения возможен только методами оптимизации нулевого порядка, использующим лишь значения целевой функции, так как не существуют частные производные дискретной функции. Кроме того, функция S не является унимодальной, содержит множество локальных экстремумов, поэтому целесообразно осуществлять оптимизацию методом случайного поиска по наилучшей пробе, суть которого заключается в следующем.

Из некоторой начальной точки $A = (X_0, Y_0, \beta)T$ выполняем m случайных пробных шагов $\Delta A = (\Delta X_{0j}, \Delta Y_{0j}, \Delta\beta_j)T = HM\Theta_j$; $j = 1, m$, где h — шаг поиска,

где $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & K \end{pmatrix}$ — диагональная матрица масштабных коэффициентов.

$\Theta_j = (\xi_{1j}, \xi_{2j}, \xi_{3j})$ — случайный вектор, элементы которого ξ_{ij}, $i = 1, 2, 3$; $j = 1, m$, равномерно распределены в интервале /-1; 1/.

Затем вычисляем значения целевой функции S; при всех пробах в качестве новой начальной точки выбираем такую, которая приводит к наибольшему уменьшению целевой функции. Итерационный процесс продолжаем до тех пор, пока значение S_j уменьшается. Если на каком-либо шаге окажется, что для всех проб функция не убывает, то уменьшим в α раз шаг поиска:

$$h' = \alpha \cdot h, \text{ где } 0 < \alpha < 1.$$

Оптимизация прекращается, если

$$h' < h_{min},$$

где h_{min} — константа, определяющая требуемую точность решения.