

О свойствах коэффициентов чувствительности в задачах оптимального проектирования ферм

Казутов М.А.

Белорусский национальный технический университет

Под параметрической чувствительностью системы понимают способность ее изменять свои свойства при изменении каких-либо параметров (площадей поперечных сечений элементов, нагрузок, модуля упругости материала, геометрических размеров системы и др.). Количественный анализ чувствительности выполняется с использованием коэффициентов чувствительности (КЧ), представляющих собой частные производные от функций ограничений (ограничения на напряжения в стержнях, на перемещения узлов конструкции и др.) или целевой функции (объем материала, напряжение в элементе и др.), найденные с учетом взаимосвязи ограничений задачи. Вывод формул для вычисления КЧ описан в [1]. Там же дан и подробный анализ свойств КЧ ограничительных функций на напряжения в элементах и перемещения узлов к изменению площадей поперечных сечений стержней.

Целью настоящего исследования является изучение свойств КЧ ограничительных и целевой функций к изменению координат узлов. Покажем на конкретном примере, что КЧ ограничительных функций адекватно реагируют на изменение параметров системы.

Пример. Найти площади поперечных сечений стержней (площади всех стержней одинаковы и равны b) и расстояние между опорами h системы (рис. 1), соответствующие минимуму объема материала. Имеются следующие ограничения: напряжения в стержнях (σ_1, σ_2) не должны превышать 200 МПа; горизонтальное перемещение узла 3 ($z_{3, \text{гориз}}$) должно быть не более 4 мм, т.е:

$$1 - |\sigma_1|/200 \geq 0 \quad (1),$$

$$1 - |\sigma_2|/200 \geq 0 \quad (2),$$

$$1 - |z_{3, \text{гориз}}|/4 \geq 0 \quad (3).$$

Целевая функция имеет вид.

$$V = b \cdot (2,0 + \sqrt{h^2 + 4}) \quad (4).$$

Значение h в диапазоне 1...3,5 м. Начальные площади стержней равны $b_{\text{нач}} = 141,96 \text{ см}^2$; начальное значение h принято 1 м.

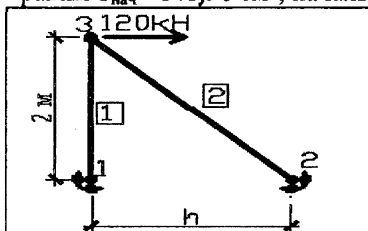


Рис.1. Расчетная схема фермы

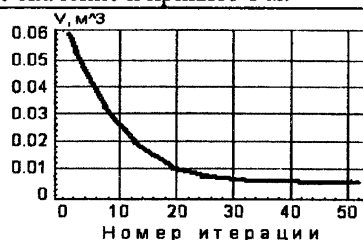


Рис.2. График изменения объема материала

Автором разработан алгоритм и компьютерная программа поиска оптимальной геометрии ферм при статическом действии нагрузки. С помощью данной программы было получено следующее решение поставленной задачи: $b_{\text{опт}} = 9.36 \text{ см}^2$; $h_{\text{опт}} = 2.70 \text{ м}$; $V_{\text{опт}} = 0.00502 \text{ м}^3$. При этом горизонтальное перемещение узла 3 составило 3.9 мм. Необходимые графики представлены на рис.2-7. В процессе оптимизации значения площадей поперечных сечений стержней уменьшаются, а значение h увеличивается.

Для данной постановки справедливо следующее правило знаков: положительное значение КЧ свидетельствует о росте запаса по ограничению при изменении данной координаты; знак минус свидетельствует о противоположном эффекте.

На графиках отчетливо видно, что с увеличением значения h увеличиваются запасы по всем ограничениям (см. рис. 6-8). Рост чувствительности ограничительных функций к изменению h (приблизительно до 17-й итерации) наблюдается на фоне активного уменьшения площади стержней b (сравните рис.3 и рис.6-8), т.е. в ответ на уменьшение жесткости и увеличение напряжений в стержнях конструкция «настойчиво требует» увеличения своих габаритов. Далее чувствительность снижается вплоть до того момента, пока h не достигнет своего оптимального значения при данных ограничениях. По мере увеличения h при неизменных площадях конструкция может достигнуть такого состояния, когда она потеряет чувствительность к увеличению

этой величины. Наконец, при достижении величиной h оптимума, чувствительность системы остается постоянной, т.к. параметры системы уже практически не изменяются. Прекращение итерационного процесса происходит в следующих случаях: 1) Дальнейшее увеличение h приведет к увеличению объема конструкции (см. рис. 5). 2) Дальнейшее увеличение h (или уменьшение b) приведет к нарушению ограничений.

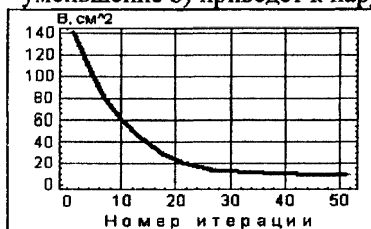


Рис.3. График изменения площади b



Рис.4. График изменения h

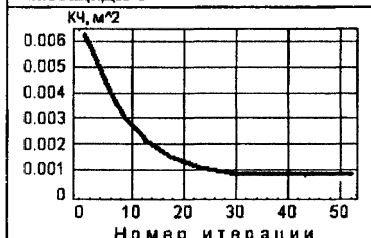


Рис.5. КЧ целевой функции к изменению h

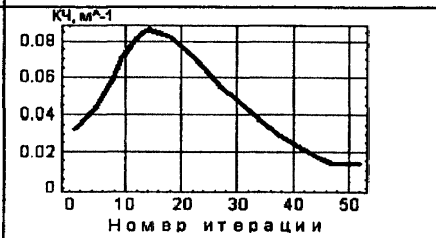


Рис.6. КЧ ограничения (3) к изменению h

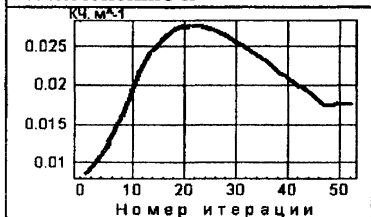


Рис.7. КЧ ограничения (1) к изменению h

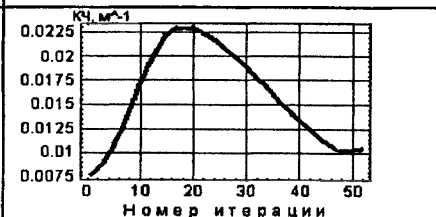


Рис.8. КЧ ограничения (2) к изменению h

Выводы. Анализ чувствительности является сильным инструментом в руках проектировщика, который позволяет ему прогнозировать поведение конструкции при изменении какого-

либо из ее параметров. Такой анализ может быть полезен не только при оптимальном проектировании новых конструкций, но и при реконструкции уже существующих.

Литература

1. Борисевич А.А. Оптимизация нелинейно упругих стержневых систем по методу локальных линеаризованных областей. — Брест: Изд. БГТУ, 2001.- 104с.

Нелинейный расчёт балки на упругом основании

Машкова О.В.

Белорусский государственный университет транспорта

Существующие методы расчетов оснований и фундаментов базируются на использовании теории *линейно* деформируемых тел. Однако для большинства видов грунтов зависимость между нагрузкой и осадкой имеет явно *нелинейный* характер. Поэтому грунты в общем случае следует рассматривать как *нелинейно* деформируемую среду.

Рассматривается упругая балка конечной длины $2l$ на упругом физически-нелинейном основании под действием произвольной нагрузки $q(x)$. Балка симметрична относительно оси Y , глубина расчетной области $h = 3l$.

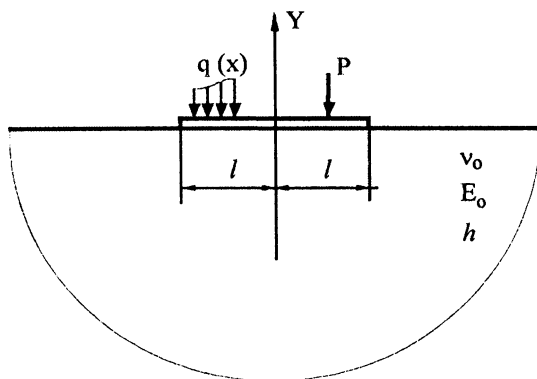


Рисунок 1. Расчетная схема основания под нагруженной балкой