

$$i_{ae}^1 = \frac{\sigma \sin \varphi_\sigma (1 - i_{ae}^2)}{a \cos \varphi_a} \quad (17)$$

и

$$i_{e1}^1 = \frac{(1 - i_{21}^{(a)}) i_{ae}^1}{[1 - i_{ab} (1 - i_{21}^{(a)})]^2}, \quad (18)$$

после чего по формуле (16) определится производная  $i_{a1}^1$ , а затем, с учетом (15), и искомое угловое ускорение  $\varepsilon_2 = \varepsilon_a$  ведомого катка 2.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Молочко В.И. О структурных эквивалентах эксцентриковых механизмов с роликовыми толкателями. Машиностроение. Республиканский межведомственный сборник научных трудов. Вып. 18. — Мн: УП «Технопринт», 2002. — С. 415–420.

УДК 621.08

Молочко В.И., Данильчик С.С.

## КИНЕМАТИКА ЭКСЦЕНТРИКОВЫХ ФРИКЦИОННЫХ МЕХАНИЗМОВ С КАЧАЮЩИМСЯ ОПОРНЫМ ЗВЕНОМ

*Белорусский национальный технический университет,  
Минск, Республика Беларусь*

Фрикционные цилиндрические катки зачастую прижимают друг к другу с помощью подпружиненного двулучевого рычага. На рис. 1 представлены два варианта таких механизмов. В обоих случаях при их кинематическом анализе используется методика, примененная при кинематическом анализе фрикционных механизмов с поступательно перемещающимся опорным звеном [1]. Так для фрикционного механизма с ведущим эксцентриком (рис. 1, а) угловая скорость  $\omega_2$  ведомого цилиндрического катка 2 определяется, как и в предыдущем случае, из соотношения

$$\omega_2 = \omega_1 \cdot i_{21}^{(\sigma)} + \omega_\sigma \cdot (1 - i_{21}^{(\sigma)}), \quad (1)$$

или с учетом равенства  $\omega_\sigma = i_{\sigma a} \cdot \omega_1$ , из соотношения

$$\omega_2 = \omega_1 \cdot [i_{21}^{(\sigma)} + i_{\sigma a} \cdot (1 - i_{21}^{(\sigma)})]. \quad (1')$$

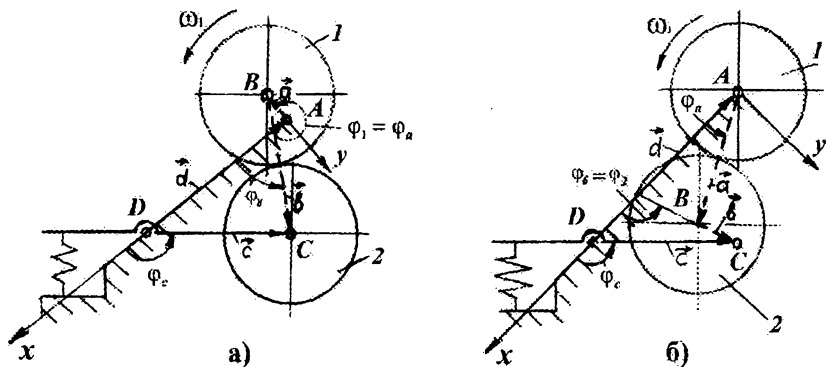


Рис. 1.

Входящая в (1') передаточная функция  $i_{aa}$  в данном случае определяется путем кинематического анализа кривошипно-коромыслового механизма авсд, одним из подвижных звеньев которого является эксцентриситет  $a$  ведущего эксцентрика, вторым — фиктивный шатун  $e$ , а третьим — качающееся коромысло  $c$ .

При принятых на рис. 1,а направлениях координатных осей  $x, y$  и векторов  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  и  $\vec{d}$  эта функция имеет вид

$$i_{aa} = -\frac{a \sin(\varphi_a - \varphi_c)}{e \sin(\varphi_e - \varphi_c)} = -\frac{\lambda \sin(\varphi_a - \varphi_c)}{\sin(\varphi_e - \varphi_c)}; \quad (2)$$

очевидно, что обратная функция

$$i_{aa} = -\frac{\sin(\varphi_e - \varphi_c)}{\lambda \sin(\varphi_a - \varphi_c)} \quad (2')$$

Связь между неизвестными угловыми параметрами  $\varphi_e$  и  $\varphi_c$  и заданным углом  $\varphi_1 = \varphi_a$  устанавливается с помощью дополнительного параметра  $s$  [2].

$$\varphi_e = \arccos \frac{e^2 - c^2 + s^2}{2es} + \arctg \frac{-a \sin \varphi_a}{d - a \cos \varphi_a} \quad (3)$$

и

$$\varphi_c = \arccos \frac{e^2 - c^2 - s^2}{2cs} + \arctg \frac{-a \sin \varphi_a}{d - a \cos \varphi_a}, \quad (4)$$

где  $s = \sqrt{a^2 + d^2 - 2ad \cos \varphi_a}$ .

Угловое ускорение  $\varepsilon_2$  ведомого катка 2 при условии, что  $\omega_1 = \omega_a = const$ , можно определить по формуле

$$\varepsilon_8 = \varepsilon_2 = \omega_1^2 \cdot i_{8a}^i \quad (5)$$

Производная  $i_{8a}^i$  находится дифференцированием по  $d\varphi_1 = d\varphi_a$  равенства (2) и имеет вид

$$i_{8a}^i = \frac{a \cos(\varphi_a - \varphi_c) - i_{ca}^2 \cdot c + i_{8a}^2 \cdot \vartheta \cos(\varphi_c - \varphi_a)}{-a \sin(\varphi_8 - \varphi_c)} \quad (6)$$

Входящее в выражение (6) неизвестное отношение  $i_{ca}$  определяется равенством

$$i_{ca} = \frac{a \cdot \sin(\varphi_a - \varphi_8)}{c \cdot \sin(\varphi_c - \varphi_8)} \quad (7)$$

В случае если эксцентриком является ведомый каток 2 (рис. 1,б), его угловая скорость  $\omega_2$ , как и для случая описанного в [1], находится из соотношения

$$\omega_2 = \omega_8 = \omega_1 \cdot i_{21}^{(a)} + \omega_a \cdot (1 - i_{21}^{(a)}), \quad (8)$$

или, с учетом равенства  $\omega_a = \omega_1 i_{a1} = \omega_1 i_{ab} \cdot i_{81}$  из соотношения

$$\omega_2 = \omega_1 \cdot [i_{21}^{(a)} + i_{a8} \cdot i_{81} \cdot (1 - i_{21}^{(a)})]. \quad (8)$$

Выражение, стоящее в квадратных скобках в (8?), фактически является передаточным отношением  $i_{21} = i_{81}$  т.е.

$$i_{81} = i_{21} = i_{21}^{(a)} + i_{a8} \cdot i_{81} \cdot (1 - i_{21}^{(a)}), \quad (9)$$

Откуда, после небольших преобразований,

$$i_{81} = \frac{i_{21}^{(a)}}{1 - i_{a8} (1 - i_{21}^{(a)})} \quad (9)$$

Функция  $i_{a8}$  определяется по формуле (2), причем связь между углами  $\varphi_a$  и  $\varphi_8$ , а также углами  $\varphi_c$  и  $\varphi_8$ , т.е. функциональные зависимости  $\varphi_a = \varphi_a(\varphi_8)$  и  $\varphi_c = \varphi_c(\varphi_8)$ , устанавливаются путем проектирования векторного уравнения  $d + \vec{a} + \vec{\vartheta} = \vec{c}$  на выбранные оси координат  $x, y$ , последующих преобразований полученных тригонометрических функций и решения итогового квадратного тригонометрического уравнения, которое приведено в [3].

поэтому сразу запишем:

$$\varphi_a = \arccos \left[ -\frac{1}{1+B^2} (A \pm B \sqrt{1-A^2+B^2}) \right], \quad (10)$$

$$\text{где } A = \frac{a^2 + \varepsilon^2 - c^2 + d^2 + 2\varepsilon d \cos \varphi_\varepsilon}{2a(d + \varepsilon \cos \varphi_\varepsilon)} \quad \text{и} \quad B = \frac{\varepsilon \sin \varphi_\varepsilon}{d + \varepsilon \cos \varphi_\varepsilon}$$

и

$$\varphi_c = \arccos \left( \frac{d + \varepsilon \cos \varphi_\varepsilon + a \cos \varphi_a}{c} \right). \quad (11)$$

для установления связи между неизвестными углами  $\varphi_a$  и  $\varphi_\varepsilon$ , и заданным углом  $\varphi_1$ , проинтегрируем выражение

$$d\varphi_2 = d\varphi_1 \cdot i_{21}^{(a)} + d\varphi_a \cdot (1 - i_{21}^{(a)}),$$

полученное из (8) умножением на  $dt$ . в результате получим

$$\varphi_2 = \varphi_1 \cdot i_{21}^{(a)} + \varphi_a \cdot (1 - i_{21}^{(a)}) + C \quad (12)$$

Если в качестве начального принять нижнее предельное положение, то тогда  $\varphi_\varepsilon = \varphi_a = 0$ . назовем в качестве начального положение радиуса на катке  $l$ , совпадающее с осью  $x$ . тогда и  $\varphi_1 = 0$ . следовательно, с учетом принятых начальных условий,  $C = 0$  и функция (12) примет вид

$$\varphi_\varepsilon = \varphi_2 = \varphi_1 \cdot i_{21}^{(a)} + \varphi_a \cdot (1 - i_{21}^{(a)}). \quad (12')$$

соотношение (12') можно представить и в таком виде

$$\varphi_1 = [\varphi_\varepsilon - \varphi_a \cdot (1 - i_{21}^{(a)})] i_{12}^{(a)} \quad (13)$$

подставляя из (10) вместо  $\varphi_a$  одно из его значений (в зависимости от выбранной схемы сборки механизма), получим окончательно

$$\varphi_1 = i_{12}^{(a)} \left\{ \varphi_b - (1 - i_{21}^{(a)}) \arccos \left[ -\frac{1}{1 + B^2} (A \pm B \sqrt{1 - A^2 + B^2}) \right] \right\} \quad (14)$$

Поскольку связь между заданным угловым параметром  $\varphi_1$  и неизвестным углом  $\varphi_\varepsilon$  выражена в неявном виде, то следует задаться значениями  $\varphi_\varepsilon$  от 0 до  $2\pi$  через определенный угловой интервал, по формулам (10) и (13) рассчитать значения углов  $\varphi_a$  и  $\varphi_1$ , затем, используя формулы (2') и (9'), рассчитать передаточное отношение  $i_{a\varepsilon}$  и  $i_{\varepsilon 1}$ , после чего по формуле (8) определить угловую скорость катка  $2 \omega_2$ .

Угловое ускорение  $\varepsilon_\varepsilon$  ведомого катка-эксцентрика определится дифференцированием по  $dt$  уравнения (8). в результате получим

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_\varepsilon = \omega_2^2 \frac{di_{\varepsilon 1}^1}{d\varphi_1} = \omega_1^2 \frac{di_{\varepsilon 1}}{d\varphi_\varepsilon} \cdot \frac{d\varphi_\varepsilon}{d\varphi_1} = \omega_1^2 i_{\varepsilon 1}^1 \cdot i_{\varepsilon 1} \quad (15)$$

Неизвестная производная  $i_{\varepsilon 1}^1$  найдется дифференцированием по  $d\varphi_\varepsilon$  равенства (9'), что дает

$$i_{e1}^1 = \frac{(1 - i_{21}^{(a)}) i_{as}^1}{[1 - i_{ab}(1 - i_{21}^{(a)})]^2} \quad (16)$$

Входящая в уравнение (16) неизвестная производная  $i_{as}^1$  определится дифференцированием по  $\varphi_e$  равенства (2):

$$i_{as}^1 = \frac{\epsilon \sin(\varphi_e - \varphi_c) + i_{cs}^1 \cdot C + i_{as}^2 \cdot a \sin(\varphi_a - \varphi_c)}{a \cos(\varphi_a - \varphi_c)}, \quad (17)$$

Причем входящая в (17) неизвестная производная  $i_{cs}^1$  будет равна

$$i_{cs}^1 = \frac{\epsilon \cos(\varphi_e - \varphi_a) + i_{as}^2 \cdot a - i_{cs}^2 \cdot c \cos(\varphi_c - \varphi_a)}{c \sin(\varphi_c - \varphi_a)} \quad (18)$$

После нахождения по формуле (2')  $i_{as}$  может быть (по формуле (16)) рассчитана и производная  $i_{e1}^1$ , а затем, с учетом (15), искомое угловое ускорение  $\epsilon_2 = \epsilon_s$  ведомого катка-эксцентрика 2.

При приложении рабочей нагрузки гри-  
 вый фрикционный механизм пр  
 с качающимся роликовым толкателем. вый  
 деление кинематических параметров движения ведомого коромысла как фун-  
 кций заданного угла поворота  $\varphi_1$  ведущего эксцентрика 1. тре-

Функция  $\varphi_c = \varphi_c(\varphi_1)$  или  $\varphi_c = \varphi_c(\varphi_a)$  уже известна — она определяется равенством (11). угловая скорость коромысла  $c$  определится по формуле  $\omega_c = \omega_1 \cdot i_{ca}$ , причем передаточное отношение  $i_{ca}$  также известно — оно определяется формулой (7). угловое ускорение  $\epsilon_c = \omega_a^2 \cdot i_{ca}^1$ , причем  $i_{ca}^1$  найдется дифференцированием по  $d\varphi_1$  равенства (7):

$$i_{ca}^1 = \frac{a \cos(\varphi_a - \varphi_e) + \epsilon i_{as}^2 - i_{ca}^2 \cdot c \cos(\varphi_c - \varphi_e)}{c \sin(\varphi_c - \varphi_e)}$$

При приложении нагрузки к опорному коромыслу фрикционного механизма с ведомым эксцентриком устройство фактически превращается в модифицированный эксцентриковый механизм с качающимся роликовым толкателем [4].

Функция положения  $\varphi_c = \varphi_c(\varphi_1)$  коромысла  $c$  в этом случае находится с использованием уравнений (10), (14) и (11). угловую скорость  $\omega_c$  можно определить по формуле  $\omega_c = \omega_1 i_{c1} = \omega_1 i_{cb} \cdot i_{e1}$ , причем неизвестное передаточное отношение  $i_{cs}$  найдется дифференцированием по  $d\varphi_e$  уравнения проекций векторного контура  $\vec{d}$ ,  $\vec{a}$ ,  $\vec{e}$ ,  $\vec{c}$ , на ось  $x$ :

$$-a i_{sa} \sin \varphi_a - \epsilon \sin \varphi_e = -c i_{cs} \sin \varphi_c,$$

откуда

$$i_{c\theta} = \frac{ai_{\theta a} \sin \varphi_a + \theta \sin \varphi_\theta}{c \sin \varphi_c}$$

Угловое ускорение  $\varepsilon_c$  ведомого коромысла определится по формуле

$$\begin{aligned} \varepsilon_c &= \omega_1^2 \cdot \frac{di_{c1}}{d\varphi_1} = \omega_1^2 \cdot \frac{d(i_{c\theta} i_{\theta 1})}{d\varphi_2} \cdot \frac{d\varphi_b}{d\varphi_1} = \\ &= \omega_1^2 \cdot i_{\theta 1} \cdot \left( \frac{di_{c\theta}}{d\varphi_b} \cdot i_{\theta 1} + \frac{di_{\theta 1}}{d\varphi_b} \cdot i_{c\theta} \right) = \omega_1^2 \cdot i_{\theta 1} \cdot (i'_{cb} \cdot i_{\theta 1} + i'_{\theta 1} \cdot i_{c\theta}), \end{aligned}$$

в которой все параметры уже известны.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Молочко В.И., Данильчик С.С. Кинематика эксцентриковых механизмов с поступательно перемещающимся опорным звеном // 40 лет инженерно-педагогическому образованию Республики Беларусь: Материалы междунар. научно-практ. конф. — Минск: БНТУ, 21-22 октября 2004 г.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. Изд-во «НАУКА». М-1975, 639 с.
3. Шимкович А.А. Механика изд-во «Вышэйшая Школа» мн-1969, 384с.
4. Молочко В.И. О структурных эквивалентах эксцентриковых механизмов с роликовыми толкателями. Машиностроение. Республиканский межведомственный сборник научных трудов. Вып 18. — Мн: УП «Технопринт», 2002. — С. 415–420.

УДК 621.791.042

Петюшик Е.Е.

### ОСОБЕННОСТИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПРОВОЛОКИ ПРИ РАДИАЛЬНОМ ОБЖАТИИ ТЕЛ НАМОТКИ

*Белорусский национальный технический университет,  
Минск, Республика Беларусь*

*Investigation results of base elements interaction at radial loading of winding wire bodies are presented. The deformation anomalies expressed in dynamic character observed at static loading of edge chips are revealed.*

Радиальное обжатие проволочных тел намотки (ТН) используется при получении пористых проницаемых изделий со структурой, близкой к регу-