

<https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-5-421-434>

УДК 621.313.3

Математическая модель и характеристики асинхронного двигателя при питании от источника тока

В. С. Маляр¹⁾, А. В. Маляр¹⁾

¹⁾Национальный университет «Львовская политехника» (Львов, Украина)

© Белорусский национальный технический университет, 2021
Belarusian National Technical University, 2021

Реферат. Разработаны методы и математические модели для исследования режимов и характеристик трехфазного асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором при питании обмотки статора от источника тока. Изложены особенности созданных на их основе алгоритмов расчета переходных процессов, установившихся режимов и статических характеристик. Приведено сравнение результатов расчета процессов и характеристик асинхронных двигателей при питании от источника тока и источника напряжения. Исследование установившихся и динамических режимов не может быть осуществлено с достаточной адекватностью на основе известных схем замещения и требует использования динамических параметров, являющихся элементами матрицы Якоби системы уравнений электро-механического равновесия. В математической модели уравнения состояния контуров статора и ротора составлены в неподвижной двухфазной системе координат. Переходные процессы описываются системой дифференциальных уравнений электрического равновесия преобразованных контуров двигателя и уравнением движения ротора, а установившиеся режимы – системой алгебраических уравнений. В основу разработанных алгоритмов положена математическая модель двигателя, в которой учитываются насыщение магнитопровода и явление скин-эффекта в стержнях короткозамкнутой обмотки. Для учета насыщения используются реальные характеристики намагничивания основным магнитным потоком и потоками рассеяния обмоток статора и ротора. На их основе вычисляются дифференциальные индуктивности, которые являются элементами матрицы Якоби систем уравнений, описывающих динамические режимы и статические характеристики. С целью учета скин-эффекта в обмотке короткозамкнутого ротора каждый стержень вместе с короткозамыкающими кольцами разбивается по высоте на несколько элементов. В результате в математической модели рассматриваются эквивалентные обмотки ротора с разными по значению параметрами, между которыми существуют взаимоиндуктивные связи. Решение нелинейной системы алгебраических уравнений электрического равновесия, которой описываются установившиеся режимы, выполняется методом продолжения по параметру. Для расчета статических характеристик используется дифференциальный метод в сочетании с итерационным уточнением методом Ньютона.

Ключевые слова: асинхронный двигатель, питание от источника тока, математическая модель, насыщение магнитопровода, вытеснение тока, переходный процесс, статические характеристики

Для цитирования: Маляр, В. С. Математическая модель и характеристики асинхронного двигателя при питании от источника тока / В. С. Маляр, А. В. Маляр // *Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ*. 2021. Т. 64, № 5. С. 421–434. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-5-421-434>

Адрес для переписки

Маляр Василий Сафронович
Национальный университет «Львовская политехника»
ул. С. Бандеры, 12,
79013, г. Львов, Украина
Тел.: +38 032 258-21-19
vasyl.s.maliar@lpnu.ua

Address for correspondence

Malyar Vasyl S.
Lviv Polytechnic National University
12, Bandera str.,
79013, Lviv, Ukraine
Tel.: +38 032 258-21-19
vasyl.s.maliar@lpnu.ua

Mathematical Model and Characteristics of the Induction Motor with a Power Supply from a Current Source

V. S. Malyar¹⁾, A. V. Malyar¹⁾

¹⁾Lviv Polytechnic National University (Lviv, Ukraine)

Abstract. Methods and mathematical models for studying the modes and characteristics of the three-phase squirrel-cage induction motor with the power supplied to the stator winding from the current source have been developed. The specific features of the algorithms for calculating transients, steady-state modes and static characteristics are discussed. The results of the calculation of the processes and characteristics of induction motors with the power supply from the current source and the voltage source are compared. Steady-state and dynamic modes cannot be studied with a sufficient adequacy based on the known equivalent circuits; this requires using dynamic parameters, which are the elements of the Jacobi matrix of the system of equations of the electro-mechanical equilibrium. In the mathematical model, the state equations of the stator and rotor circuits are written in the fixed two-phase coordinate system. The transients are described by the system of differential equations of electrical equilibrium of the transformed circuits of the motor and the equation of the rotor motion and the steady-state modes by the system of algebraic equation. The developed algorithms are based on the mathematical model of the motor in which the magnetic path saturation and skin effect in the squirrel-cage bars are taken into consideration. The magnetic path saturation is accounted for by using the real characteristics of magnetizing by the main magnetic flux and leakage fluxes of the stator and rotor windings. Based on them, the differential inductances are calculated, which are the elements of the Jacobi matrix of the system of equations describing the dynamic modes and static characteristic. In order to take into account the skin effect in the squirrel-cage rotor, each bar along with the squirrel-cage rings is divided height-wise into several elements. As a result, the mathematical model considers the equivalent circuits of the rotor with different parameters which are connected by mutual inductance. The non-linear system of algebraic equations of electrical equilibrium describing the steady-state modes is solved by the parameter continuation method. To calculate the static characteristics, the differential method combined with the Newton's Iterative refinement is used.

Keywords: induction motor, power supply from a current source, mathematical model, magnetic path saturation, current displacement, transient, static characteristics

For citation: Malyar V. S., Malyar A. V. (2021) Mathematical Model and Characteristics of the Induction Motor with a Power Supply from a Current Source. *Energetika. Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Eng. Assoc.* 64 (5), 421–434. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-5-421-434> (in Russian)

Введение

В современных регулируемых асинхронных электроприводах трехфазные асинхронные двигатели (АД) питаются от преобразователей частоты. Частотно-регулируемый асинхронный электропривод может быть реализован с инвертором напряжения [1, 2] или инвертором тока [3, 4]. Большое число разновидностей схем преобразователей частоты с автономными инверторами тока и напряжения рассматриваются в литературе по преобразовательной технике. Частотные преобразователи со звеном постоянного тока и автономным инвертором управляются током, т. е. по сути двигатель получает питание от источника тока.

Исследованию процессов и характеристик АД при питании от источника напряжения посвящено много научных публикаций, однако поведе-

ние АД при питании от источника тока остается малоисследованным. Анализ электромеханических и электромагнитных процессов при частотном и частотно-токовом способах управления асинхронными электроприводами с автономным инвертором тока представлен в [5, 6]. В основу исследований положены так называемые функциональные схемы систем электропривода и имитационные модели его элементов. Расчеты выполнены с применением известного программного обеспечения, в котором используется линейная модель АД. Однако, несмотря на важность выполненных исследований для определения качественной стороны явлений, динамические режимы требуют корректного учета как насыщения магнитопровода АД, так и вытеснения тока в стержнях, оказывающих существенное влияние на активные и реактивные сопротивления контуров [7], а значит, и на их потокосцепления и энергетические показатели. Известны методы анализа [8], использующие линейные математические модели АД, которые дают возможность получить аналитические решения. Однако, согласно [9, 10], неучет изменения активных и индуктивных параметров АД приводит к тому, что результаты расчета существенно отличаются от реальных данных. Эффективность системы как векторного, так и скалярного управления двигателем в значительной степени зависит от точности информации о параметрах электрической машины, используемой в алгоритме управления. Причем динамические процессы описываются системами нелинейных дифференциальных уравнений (ДУ), а для реализации скалярного частотного регулирования АД достаточно воспользоваться уравнениями, описывающими статические режимы, но при этом необходимо учесть изменение параметров вследствие не только изменения частоты, но и насыщения и вытеснения токов в стержнях ротора.

Большинство методов исследования процессов асинхронных электроприводов при питании от источников напряжения и источников тока имеют в своей основе классические [7] либо адаптированные для решаемых задач схемы замещения [11–13] и формулу Клосса для определения электромагнитного момента. Однако использование схем замещения, в которых вытеснение тока в стержнях короткозамкнутого ротора и насыщение магнитопровода учитываются с помощью различных коэффициентов, неприемлемо, поскольку они зависят от протекания динамического процесса и определить их априори с достаточной точностью невозможно.

Задача количественного анализа процессов в АД при питании от источника тока на уровне современных требований может быть решена методами математического моделирования с использованием моделей АД, которые с высокой достоверностью отражают электромагнитные процессы в двигателе. Адекватные по точности и вместе с тем приемлемые с точки зрения вычислительных ресурсов и быстродействия математические модели можно разработать с помощью метода пространственных векторов [14] потокосцеплений, токов и напряжений, позволяющего создать математическую модель на основе теории цепей. При этом процессы описываются системой ДУ, а математическое моделирование динамических режимов АД требует использования динамических электромагнитных параметров [15, 16].

Цель исследований – разработать математические модели, методы и алгоритмы расчета динамических режимов и статических характеристик трехфазных АД при питании от источника тока с учетом насыщения магнитной цепи и вытеснения тока в короткозамкнутой обмотке ротора.

Математическая модель для расчета динамических режимов

В общем случае электромагнитные процессы в динамических режимах АД описываются системой ДУ. В статье задача решается в известной [16] двухфазной системе координат x, y , что позволило существенно упростить систему уравнений электрического равновесия. С целью учета вытеснения тока в стержнях обмотки ротора, а также насыщения магнитопровода ротора потоками рассеивания пазовая часть стержней и короткозамыкающие кольца разбиваются по высоте на n слоев [17–19]. Таким образом, на роторе получим n короткозамкнутых обмоток, которые преобразуем к эквивалентным двухфазным в соответствии с общей теорией электрических машин.

В системе координат x, y полная система ДУ с учетом принятых исходных положений состоит из уравнений, составленных для эквивалентных контуров:

– статора:

$$\frac{d\psi_{sx}}{dt} = \omega_0 \psi_{sy} - r_s i_{sx} + u_{sx};$$

$$\frac{d\psi_{sy}}{dt} = -\omega_0 \psi_{sx} - r_s i_{sy} + u_{sy};$$

– ротора:

$$\frac{d\psi_{1x}}{dt} = s\omega_0 \psi_{1y} - r_1 i_{1x};$$

$$\frac{d\psi_{1y}}{dt} = -s\omega_0 \psi_{1x} - r_1 i_{1y};$$

$$\vdots$$

$$\frac{d\psi_{nx}}{dt} = s\omega_0 \psi_{ny} - r_n i_{nx};$$

$$\frac{d\psi_{ny}}{dt} = -s\omega_0 \psi_{nx} - r_n i_{ny},$$

(16)

где $\psi_{sx}, \psi_{sy}, \psi_{1x}, \psi_{1y}, \dots, \psi_{nx}, \psi_{ny}$ – потокосцепление преобразованных контуров; ω_0 – частота напряжения питания, рад/с; r_s, r_1, \dots, r_n – активное сопротивление

тивление контуров статора и ротора; $i_{sx}, i_{sy}, i_{1x}, i_{1y}, \dots, i_{nx}, i_{ny}, u_{sx}, u_{sy}$ – ток и напряжение электрических контуров статора и ротора; $s = (\omega_0 - \omega)/\omega_0$ – скольжение ротора; ω – угловая скорость вращения ротора, рад/с.

Для расчета электромеханического переходного процесса необходимо систему (1) дополнить уравнением механического равновесия

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{p_0}{J} (M_e - M_c), \quad (2)$$

где p_0 – количество пар полюсов; J – момент инерции системы электропривода; M_c – момент сопротивления нагрузки на валу двигателя; M_e – электромагнитный момент АД в ортогональных координатах x, y

$$M_e = 1,5 p_0 (\Psi_{sx} i_{sy} - \Psi_{sy} i_{sx}). \quad (3)$$

Система ДУ, состоящая из уравнений электрического (1) и механического (2) равновесия, с учетом (3) в развернутой форме имеет вид

L_{sxxx}	L_{sksy}	L_{sx1x}	L_{sx1y}	\dots	L_{snxx}	L_{snxy}	0	×	=	$\frac{di_{sx}}{dt}$	$\omega_0 \Psi_{sy} - r_s i_{sx} + u_{sx}$
L_{syxx}	L_{syky}	L_{sy1x}	L_{sy1y}	\dots	L_{snyx}	L_{snyy}	0			$\frac{di_{sy}}{dt}$	$-\omega_0 \Psi_{sx} - r_s i_{sy} + u_{sy}$
L_{1xxx}	L_{1ksy}	L_{1x1x}	L_{1x1y}	\dots	L_{1nxx}	L_{1nxy}	0			$\frac{di_{r1x}}{dt}$	$s\omega_0 \Psi_{1y} - r_1 i_{1x}$
L_{1yxx}	L_{1ysy}	L_{1y1x}	L_{1y1y}	\dots	L_{1ynx}	L_{1yny}	0			$\frac{di_{r1y}}{dt}$	$-s\omega_0 \Psi_{1x} - r_1 i_{1y}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots			\vdots	\vdots
L_{nxxx}	L_{nksy}	L_{nx1x}	L_{nx1y}	\dots	L_{nnxx}	L_{nnxy}	0			$\frac{di_{rnx}}{dt}$	$s\omega_0 \Psi_{ny} - r_n i_{nx}$
L_{nyxx}	L_{nyky}	L_{ny1x}	L_{ny1y}	\dots	L_{nnyx}	L_{nnyy}	0			$\frac{di_{rny}}{dt}$	$-s\omega_0 \Psi_{nx} - r_n i_{ny}$
0	0	0	0	\dots	0	0	1			$\frac{d\omega}{dt}$	$\alpha (\sigma (\Psi_{sx} i_{sy} - \Psi_{sy} i_{sx}) - M_c)$

где $\alpha = p_0/J$; $\sigma = 1,5 p_0$.

Дифференциальные индуктивные сопротивления, являющиеся элементами матрицы Якоби системы (4), вычисляются с учетом насыщения магнитопровода с использованием характеристик намагничивания основным магнитным потоком Ψ_μ и потоками рассеивания контуров статора $\Psi_{\sigma s}$ и ротора $\Psi_{\sigma r}$ [16]:

$$\Psi_\mu = \Psi_\mu(i_\mu); \quad \Psi_{\sigma s} = \Psi_{\sigma s}(i_s); \quad \Psi_{\sigma r} = \Psi_{\sigma r}(i_r), \quad (5)$$

где

$$i_\mu = \sqrt{i_{\mu s}^2 + i_{\mu r}^2}; \quad i_s = \sqrt{i_{sx}^2 + i_{sy}^2}; \quad i_r = \sqrt{i_{rx}^2 + i_{ry}^2}.$$

В математической модели АД потокосцепление каждого контура представляется суммой рабочего потокосцепления и рассеивания. С целью учета вытеснения токов в стержнях ротора и насыщения его магнитопровода потоками рассеивания пазовая часть стержней, а также короткозамыкающие кольца разбиваются по высоте на k слоев. В результате получим на роторе k короткозамкнутых обмоток, которые преобразуем к двухфазным в соответствии с общепринятой методикой. Таким образом, в математиче-

ской модели АД рассматриваются $m = k + 1$ двухфазных обмоток, между которыми существуют взаимоиндуктивные связи за счет как основного магнитного потока, так и потоков рассеивания. Составляющие i_{rx} , i_{ry} токов преобразованной обмотки ротора (5) определяются как сумма токов k элементов стержня:

$$i_{rx} = \sum_{j=1}^n i_{rjx}; \quad i_{ry} = \sum_{j=1}^n i_{rjy}.$$

При математическом моделировании режимов работы АД, питаемого от источника напряжения, его составляющие u_x и u_y считаются заданными, а токи контуров неизвестными. Интегрируя систему (4) численным методом при заданных значениях напряжения, момента нагрузки на валу АД и момента инерции системы электропривода, можно рассчитать любой динамический режим, в том числе и режим пуска, с учетом насыщения магнитной системы и вытеснения тока в обмотке ротора.

Для расчета переходных процессов при питании АД от источника тока в (1) будем полагать составляющие токов статора i_{sx} и i_{sy} заданными, а напряжений u_{sx} и u_{sy} неизвестными. При этом, не уменьшая общности, примем один из известных токов $i_{sx} = I_m$, т. е. равным величине изображающего вектора тока статора, а другой $i_{sy} = 0$. Таким образом, система ДУ для контуров статора (1а) имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_{sx}}{dt} &= \omega_0 \psi_{sy} - r_s I_m + u_{sx}; \\ \frac{d\psi_{sy}}{dt} &= -\omega_0 \psi_{sx} + u_{sy}, \end{aligned} \quad (6)$$

а уравнения для контуров ротора остаются без изменений. Тогда система ДУ для расчета переходного электромеханического процесса при питании АД от источника тока

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline L_{1x1x} & L_{1x1y} & \dots & L_{1xnx} & L_{1xny} & 0 \\ \hline L_{1y1x} & L_{1y1y} & \dots & L_{1ynx} & L_{1yny} & 0 \\ \hline \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hline L_{nx1x} & L_{nx1y} & \dots & L_{nxx} & L_{nxy} & 0 \\ \hline L_{ny1x} & L_{ny1y} & \dots & L_{nyx} & L_{nyy} & 0 \\ \hline 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \frac{di_{r1x}/dt}{} \\ \hline \frac{di_{r1y}/dt}{} \\ \hline \vdots \\ \hline \frac{di_{rnx}/dt}{} \\ \hline \frac{di_{rny}/dt}{} \\ \hline \frac{d\omega/dt}{} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline s\omega_0 \psi_{1y} - r_1 i_{1x} \\ \hline -s\omega_0 \psi_{1x} - r_1 i_{1y} \\ \hline \vdots \\ \hline s\omega_0 \psi_{ny} - r_n i_{nx} \\ \hline -s\omega_0 \psi_{nx} - r_n i_{ny} \\ \hline \alpha(\sigma(\psi_{sx} i_{sy} - \psi_{sy} i_{sx}) - M_c) \\ \hline \end{array}, \quad (7)$$

где L_{jk} – собственные и взаимные дифференциальные индуктивности соответствующих преобразованных контуров.

В результате численного интегрирования системы (7) найдем зависимости от времени токов контуров и угловой скорости ω вращения ротора при известных токах i_{sx} и i_{sy} контуров статора. При определении потокосцепле-

ний продольного ψ_{sx} и поперечного ψ_{sy} контуров статора, входящих в уравнение электромагнитного момента АД, необходимо учитывать, что они зависят от токов всех контуров. Входящие в (7) дифференциальные взаимные индуктивности определяются на основании характеристик намагничивания (5) в соответствии с математической моделью двигателя в координатных осях x, y [16], а активные сопротивления контуров ротора – с учетом вытеснения токов в стержнях ротора [17, 18].

Уравнения (6) позволяют найти расчетные значения напряжений u_{sx} и u_{sy} . В частности, определив производные от потокосцеплений как функции многих переменных по формулам:

$$\frac{d\psi_{sx}}{dt} = L_{sx1x} \frac{di_{1x}}{dt} + \dots + L_{sxn} \frac{di_{nx}}{dt}; \quad (8)$$

$$\frac{d\psi_{sy}}{dt} = L_{sy1x} \frac{di_{1x}}{dt} + \dots + L_{syn} \frac{di_{nx}}{dt},$$

получим

$$u_{sx} = \frac{d\psi_{sx}}{dt} - \omega_0 \psi_{sy} + r_s I_m;$$

$$u_{sy} = \frac{d\psi_{sy}}{dt} + \omega_0 \psi_{sx}.$$

На рис. 1–4 представлены результаты расчета переходных процессов при пуске двигателя 4А160М6У3 ($P = 15$ кВт, $U = 220$ В, $I = 29,9$ А, $p_0 = 3$), питаемого от источника номинального напряжения и источника тока величиной $i_{sx} = 5I_m$.

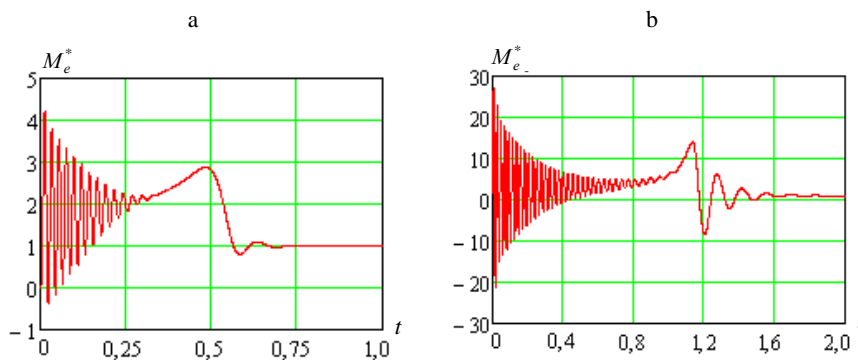


Рис. 1. Изменение электромагнитного момента по времени при пуске двигателя с номинальной нагрузкой, питаемого от:

а – источника напряжения; б – источника тока величиной $5I_m$

Fig. 1. Change in the electromagnetic torque in time when starting a motor with a rated load powered by:

from a voltage source (a) and current source of $5I_m$ (b)

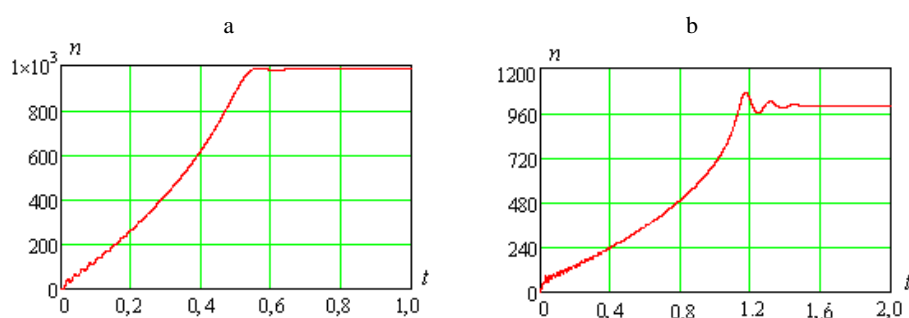


Рис. 2. Зависимость частоты вращения ротора от времени при пуске двигателя 4А160М6У3 с номинальной нагрузкой при питании от: а – источника напряжения; б – источника тока

Fig. 2. The dependency of the rotor speed on the time when starting the motor 4A160M6Y3 with a rated load when powered by with rated load powered from: a – voltage source; b – current source

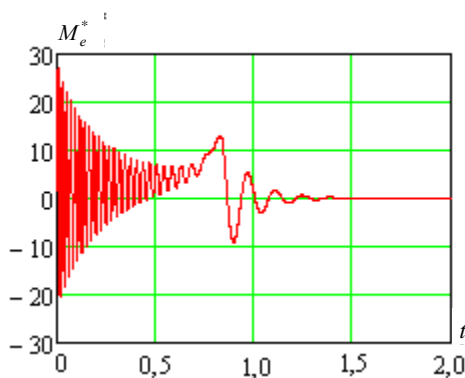


Рис. 3. Кривые изменения электромагнитного момента при пуске двигателя без нагрузки, питаемого током $5I_m$

Fig. 3. Curves of alterations in the electromagnetic moment when starting the motor under no load powered by a current of $5I_m$

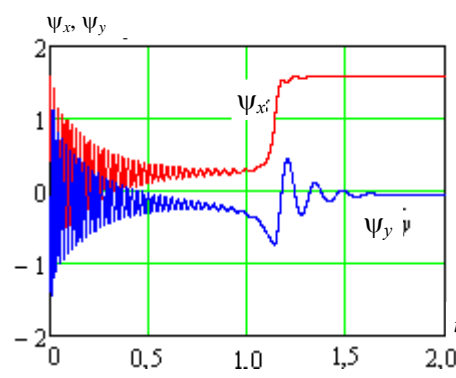


Рис. 4. Зависимости составляющих по осям потокоцеплений контуров при пуске двигателя с номинальной нагрузкой

Fig. 4. Dependencies of the axis components of flux linkages of circuits at the start of the motor under rated load

Математическая модель для расчета статических характеристик

Для расчета статических характеристик необходимо исключить из ДУ электрического состояния координату времени t , т. е. перейти от дифференциальных уравнений к конечным. Это можно сделать путем алгебраизации уравнений одним из известных в математике методов (конечных разностей, конечных элементов, гармонического баланса, дифференциальных Т-преобразований, точечным методом, сплайн-методом и др.) либо путем преобразования координат, что значительно упрощает решение задачи без существенного снижения точности полученных результатов. Составим систему уравнений электрического равновесия для расчета и исследования статических характеристик АД, питаемого от источника тока.

В установившемся режиме (при постоянном скольжении s) система ДУ (1) превращается в нелинейную систему конечных уравнений, которая с учетом особенностей питания АД от источника тока ($i_{sx} = I_m$; $i_{sy} = 0$) имеет вид:

$$\begin{aligned} \omega_0 \Psi_{sy} + u_{sx} &= r_s I_m; \\ -\omega_0 \Psi_{sx} + u_{sy} &= 0; \\ s\omega_0 \Psi_{1y} - r_1 i_{1x} &= 0; \\ -s\omega_0 \Psi_{1x} - r_1 i_{1y} &= 0; \\ &\vdots \\ s\omega_0 \Psi_{ny} - r_n i_{nx} &= 0; \\ -s\omega_0 \Psi_{nx} - r_n i_{ny} &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Потокосцепление каждого контура при значении скольжения s однозначно определяется совокупностью всех токов, два из которых (i_{sx} , i_{sy}) заданы, а остальные подлежат определению. Образовав векторы

$$\begin{aligned} \vec{y} &= (\Psi_{sx}, \Psi_{sy}, \Psi_{1x}, \Psi_{1y}, \dots, \Psi_{nx}, \Psi_{ny}); \quad \vec{x} = (u_{sx}, u_{sy}, i_{1x}, i_{1y}, \dots, i_{nx}, i_{ny})^*; \\ \vec{\mathfrak{G}} &= (r_s I_m, 0, 0, \dots, 0)^*, \end{aligned}$$

где верхний индекс $(^*)$ обозначает транспонирование, запишем систему (9) одним векторным уравнением

$$\vec{z}(\vec{y}, \vec{x}, s) = \vec{\mathfrak{G}}. \quad (10)$$

Вследствие насыщения магнитопровода двигателя и вытеснения токов в стержнях ротора система алгебраических уравнений (10) нелинейная, поэтому ее решение требует применения итерационных методов. При заданных значениях скольжения s и вектора $\vec{\mathfrak{G}}$ возмущающих воздействий решением системы является вектор \vec{x} . Рассмотрим его определение итерационным методом Ньютона.

Быстрая (квадратичная) сходимость метода требует начального приближения, которое находится в зоне сходимости вычислительного процесса. Для его получения воспользуемся методом дифференцирования по параметру [14]. Для этого введем в систему (10) скалярный параметр ε

$$\vec{z}(\vec{y}, \vec{x}, s) = \varepsilon \vec{\mathfrak{G}}_0. \quad (11)$$

В результате дифференцирования системы (11) по ε получим ДУ

$$W \frac{d\vec{x}}{d\varepsilon} = \vec{\mathfrak{G}}_0, \quad (12)$$

где W – матрица Якоби системы (10).

Система ДУ (10) в развернутой форме имеет вид

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c|c}
 1 & & x_{sy1x} & x_{sy1y} & \dots & x_{synx} & x_{syny} & \frac{du_{sx}}{d\varepsilon} & r_s I_m \\
 & 1 & -x_{sx1x} & -x_{sx1y} & \dots & -x_{synx} & -x_{syny} & \frac{du_{sy}}{d\varepsilon} & 0 \\
 & & sx_{1y1x} - r_1 & sx_{1y1y} & \dots & sx_{1ynx} & sx_{1yny} & \frac{di_{r1x}}{d\varepsilon} & 0 \\
 & & -sx_{1x1x} & -sx_{1x1y} - r_1 & \dots & -sx_{1xnx} & -sx_{1xny} & \frac{di_{r1y}}{d\varepsilon} & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 & & sx_{ny1x} & sx_{ny1y} & \dots & sx_{nynx} - r_n & sx_{nyny} & \frac{di_{rnx}}{d\varepsilon} & 0 \\
 & & -sx_{nxy} & -sx_{nx1y} & \dots & -sx_{nxx} & -sx_{nxy} - r_n & \frac{di_{rny}}{d\varepsilon} & 0
 \end{array} \times = \begin{array}{c} r_s I_m \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{array}. \quad (13)$$

Интегрируя систему (13) в пределах от $\varepsilon = 0$ до $\varepsilon = 1,0$ (например, методом Эйлера) за несколько шагов, получим значение вектора \bar{x} при заданных значениях скольжения s и тока I_m . Начальные условия (значение вектора \bar{x}) нулевые, поскольку при $\varepsilon = 0$ вектор $\bar{z} = \varepsilon \bar{\Theta}_0$ равен нулю. Такой алгоритм позволяет обеспечить сходимость итерационного процесса, поскольку полученное в результате интегрирования решение находится, как правило, в зоне притяжения итерационного метода Ньютона. Уточненное значение вектора \bar{x} служит начальным условием для расчета статических характеристик (в частности, механической характеристики в диапазоне от $s = 1,0$ до $s = 0$). Для вычисления электромагнитного момента АД при питании от источника тока подставим в (3) значения токов: $i_{sx} = I_m$; $i_{sy} = 0$. В результате получим

$$M_e = 1,5 p_0 \Psi_{sy} i_{sx}. \quad (14)$$

Система (10) конечных уравнений дает возможность исследовать влияние на режим работы АД изменения любой входящей в нее координаты, т. е. рассчитать статическую характеристику. Алгоритм расчета состоит из двух этапов. На первом определяем значения координат вектора \bar{x} при заданном скольжении (например, $s = 1,0$) и вектора $\bar{\Theta}_0$. Согласно методу Ньютона, для каждого значения скольжения приращение $\Delta \bar{x}^{(k)}$ вектора \bar{x} токов на k -м шаге итерации определяется по формуле

$$W \Delta \bar{x}^{(k)} = -\bar{Z}(\bar{x}^{(k)}), \quad (15)$$

где $\bar{Z}(\bar{x}^{(k)})$ – вектор невязок системы (10) при $\bar{x} = \bar{x}^{(k)}$, заданных значениях s и вектора $\bar{\Theta}$.

На втором этапе, изменяя принятую за независимую переменную координату, методом продолжения решения по параметру рассчитываем необходимую статическую характеристику в виде зависимостей координат вектора от этой переменной, с использованием которых можно определить потокосцепления, электромагнитный момент, активную и реактивную мощности и другие координаты.

Результаты расчета разработанным методом механических характеристик двигателя 4A160S4Y3 ($P = 15$ кВт, $U = 230$ В, $I = 29,9$ А, $p_0 = 2$) при питании от источника напряжения и источника тока ($J = 5I_m$) приведены на

рис. 5, причем для более полной картины расчет выполнен и для генераторного режима (начиная от $s = -1,0$). Как показывают расчеты, механические характеристики АД при питании от источника тока и источника напряжения существенно отличаются.

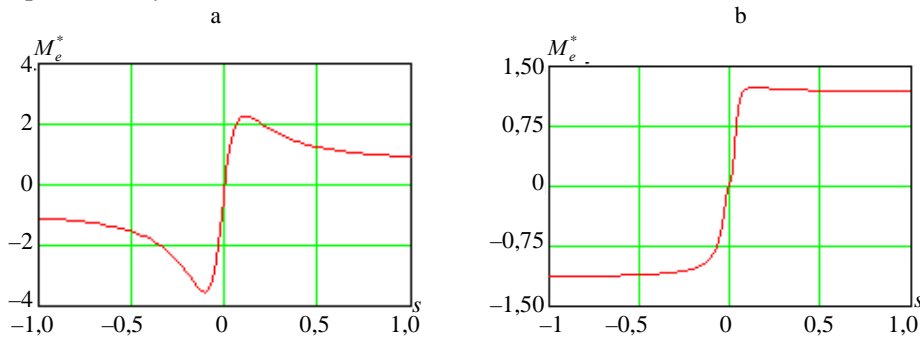


Рис. 5. Механические характеристики двигателя 4A160S4Y3 при питании от:
а – источника напряжения $U = U_m$; б – источника тока $J = 5I_m$

Fig. 5. Mechanical characteristics of the motor 4A160S4Y3 with a power supply from:
а – voltage source $U = U_m$; б – current source $J = 5I_m$

Примеры расчета зависимости пускового электромагнитного момента и активной мощности от величины потребляемого тока двигателя 4A160S4Y3 при питании от источника тока приведены на рис. 6.

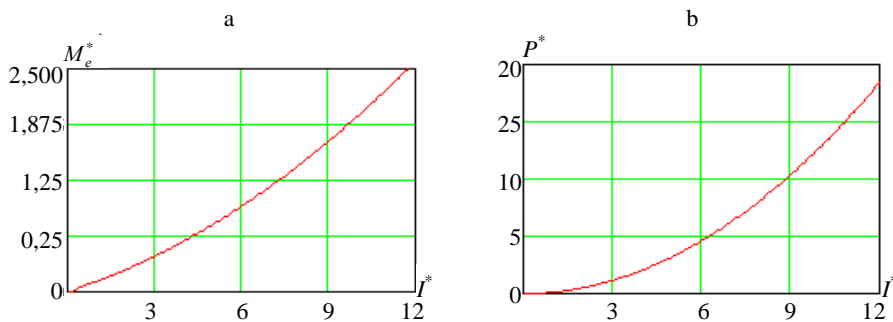


Рис. 6. Зависимость электромагнитного момента (а) и активной мощности (б) от величины тока статора двигателя, питаемого от источника тока, при $s = 1,0$

Fig. 6. Dependence of the electromagnetic torque (а) and real power (б) on the stator current for the motor powered from a source of current at $s = 1,0$

ВЫВОДЫ

1. Разработаны математические модели для численного анализа и исследования переходных процессов, установившихся режимов и статических характеристик трехфазных асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором при питании от источника тока. Проведено сравнение результатов расчета процессов и характеристик при питании от источника напряжения и источника тока.

2. Основой разработанных методов является математическая модель асинхронного двигателя высокого уровня адекватности, в которой учиты-

ваются насыщение магнитопровода и вытеснение тока в стержнях ротора. Процессы в математической модели асинхронного двигателя рассматриваются в ортогональных осях с использованием теории изображающих векторов, чем достигается минимизация объема вычислений и, как следствие, быстрое действие разработанных программ.

3. Динамические режимы описываются системой дифференциальных уравнений электромеханического равновесия, коэффициентами которых являются дифференциальные собственные и взаимные индуктивности контуров асинхронного двигателя, а полная матрица рассчитывается с использованием реальных характеристик намагничивания основным магнитным потоком и потоками рассеяния. Явление скин-эффекта в стержнях ротора учитывается путем разбиения стержней по высоте на несколько слоев.

4. Расчет статических характеристик выполняется путем решения нелинейной системы алгебраических уравнений, описывающих установившийся режим при заданном скольжении, с использованием дифференциального метода решения систем нелинейных уравнений и метода продолжения по параметру.

5. Разработанные математические модели позволяют получить высокую точность расчетов при минимальном объеме вычислений и могут быть использованы при разработке частотно-регулируемого асинхронного электропривода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фираго, Б. И. Векторные системы управления электроприводами / Б. И. Фираго, Д. С. Васильев. Минск: Выш. шк., 2016. 159 с.
2. Соколовский, Г. Г. Электроприводы переменного тока с частотным регулированием / Г. Г. Соколовский. М.: ИП «Академия», 2006. 272 с.
3. Leonhard, W. Control of Electrical Drives / W. Leonhard. Berlin: Springer Verlag, 1996. 420 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-97646-9>.
4. Мещеряков, В. Н. Система скалярного частотного управления синхронизированной асинхронной машиной с питанием обмоток статора и ротора от автономного инвертора тока / В. Н. Мещеряков, А. М. Башлыков, О. В. Мещерякова // Современные сложные системы управления X THCS'2012: материалы Междунар. науч.-техн. конф. Старый Оскол: ТНТ, 2012. С. 50–52.
5. Косенко, И. А. Сравнение частотно-токового и частотно-напряженческого способов релейно-векторного управления асинхронными электроприводами с автономным инвертором тока / И. А. Косенко // Электротехніка та електроенергетика. 2008. № 1. С. 52–58.
6. Волков, А. В. Электромеханические процессы асинхронного электропривода с автономным инвертором тока при прогнозирующем релейно-векторном регулировании статорного напряжения / А. В. Волков, И. А. Косенко // Вісник НТУ «ХП». Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика. 2008. № 30. С. 164–165.
7. Денник, В. Ф. Характеристики асинхронных двигателей при питании их от источника тока / В. Ф. Денник // Наук. пр. Донец. нац. техн. ун-ту. Сер.: Електротехніка і енергетика. 2011. № 11. С. 112–115.
8. Морозов, Д. І. Електромагнітні і електромеханічні процеси в асинхронному двигуні при живленні його від джерела струму / Д. І. Морозов, І. С. Шевченко, Ю. П. Самчелеєв // Вісник НТУ «ХП». Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика. 2013. № 36. С. 112–114.
9. Online-Identification of Electromagnetic Parameters of an Induction Motor / V. K. Tytiuk [et al.] // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2020. Т. 63, № 5. С. 423–440. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2020-63-5-423-440>.

10. Розрахунок статичних характеристик асинхронного частотно-регульованого електропривода / В. В. Каневський [та ін.] // Вісник НТУ «ХПІ». Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика. 2008. № 30. С. 374–378.
11. Усольцев, А. А. Современный асинхронный электропривод оптико-механических комплексов / А. А. Усольцев. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2011. 164 с.
12. Сафарян, В. С. Определение параметров схемы замещения асинхронной машины / В. С. Сафарян, С. Г. Геворгян // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2015. № 6. С. 20–34.
13. Константинова, С. В. Расчет емкости для работы мини-энергокомплекса на основе асинхронного генератора в автономном режиме / С. В. Константинова, А. Ю. Капустинский, Т. М. Ярошевич // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2021. Т. 64, № 1. С. 40–50. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-1-40-50>.
14. Беспалов, В. Я. Математическая модель асинхронного двигателя в обобщенной ортогональной системе координат / В. Я. Беспалов, Ю. А. Мощинский, А. П. Петров // Электричество. 2002. № 8. С. 33–39.
15. Кулагин, Д. О. Математична модель тягового асинхронного двигуна з урахуванням насичення магнітних кіл / Д. О. Кулагин // Науковий вісник НГУ. 2014. № 6. С. 103–110.
16. Фильц, Р. В. Математические основы теории электромеханических преобразователей / Р. В. Фильц. Киев: Наукова думка, 1979. 208 с.
17. Stakhiv, P. Influence of Saturation and Skin Effect on Current Harmonic Spectrum of Asynchronous Motor Powered by Thyristor Voltage Regulator / P. Stakhiv, A. Malyar // Proceedings of the IV International Workshop Computational Problems of Electrical Engineering, June 1–3, 2005. Gdynia, 2005. P. 58–60.
18. Маляр, В. С. Установившиеся режимы и статические характеристики трехфазного асинхронного двигателя при питании от однофазной сети / В. С. Маляр, А. В. Маляр // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2016. Т. 59, № 6. С. 536–548. <https://www.doi.org/10.21122/1029-7448-2016-59-6-536-548>.
19. Mathematical Modeling of Processes in Asynchronous Motors with Capacitors Connected in Series / V. Malyar [et al.] // Proceedings of 16th International Conference on Computational Problems of Electrical Engineering (CPEE), Sept. 2–5, 2015. Lviv, 2015. P. 107–109. <https://doi.org/10.1109/cpee.2015.7333350>.

Поступила 20.10.2020 Подписана в печать 17.03.2021 Опубликована онлайн 30.09.2021

REFERENCES

1. Figaro B. I., Vasil'ev D. S. (2016) *Vector Control Systems of Electric Drives*. Minsk, Vysheishaya shkola Publ. 159 (in Russian).
2. Sokolovskii G. G. (2006) *AC Electric Drives with Frequency Control*. Moscow, Akademiya Publ. 272 (in Russian).
3. Leonhard W. (1996) *Control of Electrical Drives*. Berlin, Springer Veriag Publ. 420. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-97646-9>.
4. Meshcheryakov V. N., Bashlykov A. M., Meshcheryakova O. V. (2012) Scalar Frequency Control System for a Synchronized Asynchronous Machine Powered by the Stator and Rotor Windings from an Autonomous Current Inverter. *Sovremennye Slozhnye Sistemy Upravleniya X THCS'2012: materialy Mezhdunar. Nauch.-Tekhn. Konf. = Modern Complex Control Systems X TNCS'2012: Proceedings of the International Scientific and Technical Conference*. Sary Oskol, TNT Publ. 50–52 (in Russian).
5. Kosenko I. A. (2008) Comparison of Frequency-Current and Frequency-Stressed Methods of Relay-Vector Control Asynchronous Electric Drives with Autonomous Inverter of Current. *Elektrotehnika ta Elektroenergetika = Electrical Engineering and Power Engineering*, (1), 52–58 (in Russian).
6. Volkov A. V., Kosenko I. A. (2008) Electromechanical Processes of an Asynchronous Electric Drive with an Autonomous Current Inverter with Predictive Relay-Vector Regulation of Stator Voltage. *Visnik Natsional'nogo Tekhnichnogo Universitetu "KhPI". Problemi Avtomatizovanogo Elektroprivodu. Teoriya i Praktika* [Bulletin of the National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute". Problems of an Automated Electric Drive. Theory and Practice"], (30), 164–165 (in Russian).

7. Dennik V. F. (2011) Characteristics of Induction Motors Powered from Current Power Supply. *Naukovi Pratsi Donets'kogo Natsional'nogo Tekhnichnogo Universitetu. Seriya: Elektrotehnika i Energetika* [Scientific Works of Donetsk National Technical University. Series: Electrical Engineering and Power Engineering], (11), 112–115 (in Russian).
8. Morozov D. I., Shevchenko I. S., Samchelev Yu. P. (2013) Electromagnetic and Electromechanical Processes in an Induction Motor Powered by a Current Source. *Visnik Natsional'nogo Tekhnichnogo Universitetu "KhPI". Problemi Avtomatizovanogo Elektroprivodu. Teoriya i Praktika* [Bulletin of the National Technical University "KhPI". Problems of Automated Electric Drive. Theory and Practice], (36), 112–114 (in Ukrainian).
9. Tytiuk V. K., Baranovskaya M. L., Chorni O. P., Burdilnaya E. V., Kuznetsov V. V., Bogatyriov K. N. (2020) Online-Identification of Electromagnetic Parameters of an Induction Motor. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 63 (5), 423–440. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2020-63-5-423-440>.
10. Kanev'skyi V. V., Pustoviy O. V., Sinchuk I. O., Pas'ko O. V. (2008) Calculation of Static Characteristics of Asynchronous Frequency-Controlled Electric Drive. *Visnik Natsional'nogo Tekhnichnogo Universitetu "KhPI". Problemi Avtomatizovanogo Elektroprivodu. Teoriya i Praktika* [Bulletin of the National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute". Problems of an Automated Electric Drive. Theory and Practice], (30), 374–378 (in Ukrainian).
11. Usoltsev A. A. (2011) *Modern Asynchronous Electric Drive of Optical-and-Mechanical Complexes*. Saint Petersburg: ITMO University Publ. 164 (in Russian).
12. Safaryan V. S., Gevorgyan S. G. (2015) Ascertainment of the Equivalent Circuit Parameters of the Asynchronous Machine. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, (6), 20–34 (in Russian).
13. Konstantinova S. V., Kapustinskii A. Yu., Yaroshevich T. M. (2021) Calculation of the Capacity for the Operation of a Mini-Energy Complex Based on an Independently Operating Asynchronous Generator. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 64 (1), 40–50 <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2021-64-1-40-50> (in Russian).
14. Bepalov V. Ya., Moshchinskiy Yu. A., Petrov A. P. (2002) Mathematical Model of Asynchronous Motor in Generalized Orthogonal Coordinates System. *Elektrichestvo*, (8), 33–39 (in Russian).
15. Kulagin D. O. (2014) The Mathematical Model of Asynchronous Traction Motor Taking into Account the Saturation of Magnetic Circuits. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universitetu* [Scientific Herald of National Mining University], (6), 103–110 (in Ukrainian).
16. Fil'ts R. V. (1979) *Mathematical Foundations of the Theory of Electromechanical Transducers*. Kiev, Naukova Dumka Publ. 208 (in Russian).
17. Stakhiv P., Malyar A. (2005) Influence of Saturation and Skin Effect on Current Harmonic Spectrum of Asynchronous Motor Powered by Thyristor Voltage Regulator. *Proceedings of the IV International Workshop Computational Problems of Electrical Engineering*, June 1–3, 2005. Gdynia. 58–60.
18. Malyar V. S., Malyar A. V. (2016) Established Modes and Static Characteristics of Three-Phase Asynchronous Motor Powered with Single Phase Network. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 59 (6), 536–548. <https://www.doi.org/10.21122/1029-7448-2016-59-6-536-548> (in Russian).
19. Malyar V., Hamola O., Maday V., Vasylychshyn I. (2015) Mathematical Modeling of Processes in Asynchronous Motors with Capacitors Connected in Series. *Proceedings of 16th International Conference on Computational Problems of Electrical Engineering (CPEE)*, September 2–5, 2015. Lviv. 107–109. <https://doi.org/10.1109/cpee.2015.7333350>.