

Об одной задаче в вязкоупругой постановке

Крушевский Е.А., Кузнецова А.А.

Белорусский национальный технический университет

В работе [1] рассматривался переход от упругой к вязкоупругой постановке в задаче о воздействии сосредоточенной нагрузки на полупространство при движении по его поверхности. Задача была сведена к системе

$$\begin{cases} (1-2\nu)\Delta(E_1\bar{U}_1 - E_2\bar{U}_2) + \nabla \operatorname{div}(E_1\bar{U}_1 - E_2\bar{U}_2) = 2\rho c^2(1+\nu)(1-2\nu)(\bar{U}_1)''_{xx} \\ (1-2\nu)\Delta(E_2\bar{U}_1 + E_1\bar{U}_2) + \nabla \operatorname{div}(E_2\bar{U}_1 + E_1\bar{U}_2) = 2\rho c^2(1+\nu)(1-2\nu)(\bar{U}_2)''_{xx} \end{cases}$$

где c – скорость движения, ρ – плотность балки, ν – коэффициент Пуассона, $E = E_1 + iE_2$ – комплексный модуль упругости, $\bar{U} = \bar{U}_1 + i\bar{U}_2$ – вектор перемещения в полупространстве в подвижной системе координат. Различив, следуя [2], поле перемещений на потенциальную и соленоидальную составляющие ($\bar{U} = \nabla\Phi + \bar{U}'$) и представив неизвестные функции в виде двумерных интегралов Фурье, можно получить следующие системы уравнений:

$$\begin{cases} \left\{ \begin{aligned} &((1-k_1/E_1)\alpha^2 + \beta^2 - \gamma_1^2)\Phi_1 - ((E_2/E_1)\alpha^2 + \beta^2 - \gamma_3^2)\Phi_2 = 0 \\ &((E_2/E_1)\alpha^2 + \beta^2 - \gamma_1^2)\Phi_1 + ((1-k_1/E_1)\alpha^2 + \beta^2 - \gamma_3^2)\Phi_2 = 0 \end{aligned} \right. \\ \left\{ \begin{aligned} &(((1-k_2/E_1)\alpha^2 + \beta^2 - \gamma_2^2)\bar{U}'_1 - ((E_2/E_1)\alpha^2 + \beta^2 - \gamma_4^2)\bar{U}'_2 = 0 \\ &((E_2/E_1)\alpha^2 + \beta^2 - \gamma_2^2)\bar{U}'_1 + ((1-k_2/E_1)\alpha^2 + \beta^2 - \gamma_4^2)\bar{U}'_2 = 0 \end{aligned} \right. \end{cases}$$

где $k_2 = 2c^2\rho(1+\nu)$, $k_1 = k_2(1-2\nu)(1-\nu)^{-1}$, а коэффициенты γ_i выражаются через α и β . Рассматривая случаи вырожденности и невырожденности систем, приходим к различным формулам, из которых, после выполнения условий сопряжения балки и полупространства на основе формул ([2]) можно записать выражения для действительной и мнимой части нормального перемещения поверхности упругого полупространства под движущейся нагрузкой.

Литература

1. Крушевский, Е.А. Кузнецова, А.А. Задача о воздействии сосредоточенной нагрузки. – Тезисы докладов международной конференции АМАП 2006, Минск, Беларусь.