

Размещение корней динамической системы в заданной области на основе использования корневых портретов Теодорчика – Эванса

Несенчук А.А.

Белорусский национальный технический университет

Рассматривается семейство динамических систем второго порядка с интервальной неопределенностью. Решаются две основные задачи: а) определение гарантированной (фактической) области G расположения семейства корней заданной системы; б) размещение семейства корней заданной системы в области качества Q трапецеидальной формы, ограниченной линиями равной степени устойчивости и постоянного демпфирования. Динамическая система описывается семейством характеристических уравнений вида $s^2 + a_1s + a_2 = 0$, где s – комплексное переменное; $s = \sigma + i\omega$; $a_j \in [\underline{a}_j, \overline{a}_j]$; $j = \overline{0, 2}$. В основу формирования корневого портрета положены уравнения годографа $(2\sigma + a_1)\omega = 0$ и параметра $a_2 = -(\sigma^2 + a_1\sigma - \omega^2)$.

В зависимости от локализации в плоскости корней (собственных частот) системы устанавливаются основные типы корневого портрета: 1) портрет в комплексной плоскости; 2) граничный портрет в комплексной плоскости; 3) действительный портрет; 4) граничный действительный портрет; 5) смешанный портрет. Гарантированная область расположения корней определяется по каждому типу корневого портрета предельными значениями координат σ и ω портрета – соответственно минимальными σ_{\min} и ω_{\min} и максимальными σ_{\max} и ω_{\max} . Так, для смешанного портрета значения границ следующие: $\sigma_{\max} = -\overline{a}_1/2 + \sqrt{-(\underline{a}_2 - \overline{a}_1^2/4)}$, $\omega_{\min} = \sqrt{\underline{a}_2 - \overline{a}_1^2/4}$, $\sigma_{\min} = -\overline{a}_1/2 + \sqrt{-(\underline{a}_2 - \overline{a}_1^2/4)}$, $\omega_{\max} = \sqrt{\underline{a}_2 - \overline{a}_1^2/4}$.

Если гарантированная область G локализуется за пределами области Q , то можно установить графически по рисунку или аналитически, используя выведенные формулы, то решается задача размещения семейства корней R в области Q . С этой целью вычисляются координаты *граничных (критических) точек* искомой области корней R , полностью принадлежащей Q , $R \subseteq Q$. В общем случае (тип портрета 5) такими критическими точками будут точки $t_{\beta \min}(\sigma_{\beta 1}, \omega_{\min})$, $t_{\beta \max}(\sigma_{\beta 2}, \omega_{\max})$, ограничивающие вертикальное расположение R , а также $t_{\eta \min}(\sigma_{\min}, \omega_{\eta 1} = 0)$ и $t_{\eta \max}(\sigma_{\max}, \omega_{\eta 2} = 0)$, ограничивающие расположение R по горизонтали.

Граничные точки определяются на основе установленных закономерностей конфигурации корневого портрета системы по соответствующим формулам.