УДК 517.9.625

О связи между решениями двух нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка

Самодуров А.А., Федорако Е.И.*
Белорусский государственный университет
Белорусский национальный технический университет*

Уравнение

$$y'' + f(x)y' + \Phi(y) + F(x) = 0 \quad (1)$$

исследовано теоретико-групповым методом. Оказалось, что оно может допускать группу преобразований лишь в случае, когда $\Phi(y) = e^{\mu y}$. Допускаемая группа позволяет по заданным решениям строить семейства новых решений уравнения вида (1).

Поставим задачу: возможно ли, зная решение одного из уравнений вида (1), строить решения другого, структурно близкого к нему уравнения?

Для этого рассмотрим систему

$$\begin{cases} y'' + f(x)y' + Kz + F(x) = 0, \\ z' = zy' \end{cases} \quad (2)$$

которая связана с уравнением вида (1), т.к. системе удовлетворяет функция $z = e^{y(x)}$, где $y(x)$ - решение 1-го уравнения системы, K - константа.

Исследования данной системы теоретико-групповым методом показали, что система (2) допускает два преобразования переменных.

Таким образом доказаны следующие теоремы:

Теорема 1. Если $y_1(x)$ - решение уравнения

$$y'' + \alpha y' + Ke^{y} + \gamma = 0,$$

то уравнение

$$y'' + \alpha y' + K\mu e^{y} + \gamma = 0$$

имеет семейство решений $y = y_1(x+c) - \ln \mu$, где c – константа.

Теорема 2. Если $y_1(x)$ - решение уравнения

$$y'' + f(x)y' + Ke^{y} + F(x) = 0,$$

то уравнение

$$y'' + f(x)y' + K\mu e^{y} + F(x) = 0$$

имеет решение $y = y_1(x) - \ln \mu$.