

Регулятор с дробным запаздыванием для полного успокоения линейной автономной системы

Карпук В.В., Метельский А.В.

Белорусский национальный технический университет

Дана линейная автономная дифференциально-разностная система

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=0}^m A_i \lambda^i x(t) + bu(t), \quad t > 0, \quad x(t) = \eta(t), \quad t \in [-mh, 0]. \quad (1)$$

Здесь x – n -вектор-столбец решения уравнения (1) ($n \geq 2$); $\lambda^i x(t) = x(t - ih)$, $i = \overline{0, m}$ ($m \geq 1$); A_i – постоянные $n \times n$ -матрицы; $b = e_N = [0; \dots; 0; 1]^T$ – постоянный n -вектор; $0 < h$ – постоянное запаздывание.

Пусть система (1) полностью управляема и ее замыкание регулятором запаздывающего типа – однородная система с матрицей $\tilde{A}(\lambda)$:

$$\tilde{A}(\lambda) = \begin{bmatrix} \bar{A}(\lambda) + e_N [f_1(\lambda) + \alpha_N(\lambda), \dots, f_N(\lambda) + \alpha_1(\lambda)] S^{-1}(\lambda) & e_N a_1(\lambda) \\ [g_1(\lambda), \dots, g_N(\lambda)] S^{-1}(\lambda) & a_2(\lambda) \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Здесь $\bar{A}(\lambda)$, $S(\lambda)$ – известные полиномиальные матрицы, $\alpha_1(\lambda), \dots, \alpha_N(\lambda)$ – известные полиномы. Полиномы $a_i(\lambda)$, $i = 1, 2$, $f_i(\lambda)$, $g_i(\lambda)$, $i = \overline{1, N}$, подберем такими, чтобы в замкнутой системе $x_i(t) \equiv 0$, $t \geq Nm_1 h$, $i = \overline{1, n}$. Соответствующий регулятор будем называть регулятором полного успокоения.

Пусть $d(p) = |pE - \tilde{A}(e^{-ph})|$ – характеристический квазиполином замкнутой системы с матрицей (2).

Теорема. Для полного успокоения системы (1) достаточно, чтобы:
1) $d(p) = (p - p_1)(p - p_2) \dots (p - p_{N+1})$ – некоторый полином; 2) $a_1(e^{-ph}) / d(p)$, $(p - a_2(e^{-ph})) / d(p)$ – целые функции; 3) $[f_1(\lambda) + \alpha_N(\lambda), \dots, f_N(\lambda) + \alpha_1(\lambda)]$ – векторные полиномы.

Возможен критический случай [1], когда среди корней полинома $d(p)$ имеются инвариантные сопряженные числа p_0, \bar{p}_0 такие, что $\text{Im}(e^{-p_0 h}) = 0$. Второе из условий 2) напрямую выполнить невозможно, поэтому предлагаются два подхода. Первый – связан с увеличением порядка матрицы (2) замкнутой системы, второй – с использованием в регуляторе дробных запаздываний: h/k , k – натуральное число.