

отталкивания; 3) $M=A$ притяжение и отталкивание уравниваются. Во всех этих случаях найден интеграл сохранения энергии частицы, ДУ (1) проинтегрировано и получены законы релятивистского радиального движения частиц. Из-за громоздкости формул их не выписываем. В простейшем случае, когда справа в ДУ (1) учитывается прямое давление света, т.е. только первый член, решение ДУ (1) имеет вид:

$$C_1^{-1}(2\gamma(M-A)r + C_1 r^2)^{1/2} - 2\gamma(M-A)(-C_1)^{-3/2} \operatorname{arctg}(V / \sqrt{-C_1}) = \\ = \pm t + C_2 \text{ при } C_1 < 0, M > A;$$

$$C_1^{-1}(2\gamma(M-A)r + C_1 r^2)^{1/2} - 2\gamma(M-A)C_1^{-3/2} \ln[(V + \sqrt{C_1})\sqrt{r}] = \\ = \pm t + C_2 \text{ при } C_1 > 0;$$

$$2r^{3/2} / \sqrt{18\gamma(M-A)} = \pm t + C_2 \text{ при } C_1 = 0.$$

где C_1 и C_2 постоянные интегрирования. Знак «+» перед t соответствует увеличению r с ростом t , а знак «-» – уменьшению r .

УДК 51(07.07)

Трансцендентные кривые в технике и природе

Станишевский А.С., Чепелев Н.И.

Белорусский национальный технический университет

Задачи геометрического характера, задачи из области механики, физики, естествознания и техники – вот та почва, на которой развилось учение о кривых. Крупнейшие математики – Декарт, Лейбниц, Гюйгенс, братья Бернулли – занимались изучением кривых, открывая все новые и новые виды и свойства их. Не только практические потребности века – запросы промышленности, конструирование машин и механизмов, постройка плотин и шлюзов – поддерживали глубокий интерес к исследованию кривых у этих ученых, но и та «радость созерцания формы», которая, по словам Клейна, характеризует истинного геометра. Геометрические и механические свойства кривых используются в различных механизмах, деталях машин, строительных конструкциях, в оптике, в изобразительном искусстве, в архитектуре, в теории и практике геометрических построений, в

черчении и т. д. Некоторые кривые непосредственно реализуются в физических явлениях, в природе и в обыденной жизни. Поэтому даже общее знакомство с отдельными кривыми и их свойствами возбуждает особый интерес, развивает математическое мышление и обогащает сознание многообразными связями математической теории с конкретным опытом. При современном уровне развития технической мысли необходимы знания о геометрических и механических свойствах кривых, с которыми встречаются инженеры в своей практической и исследовательской работе. Исследование особенностей формы кривой и ее свойств средствами дифференциальной геометрии возможно лишь, если кривая выражена в аналитической форме, т. е. уравнением. В докладе рассмотрены трансцендентные кривые, уравнения которых, будучи записаны в прямоугольной системе координат, не являются алгебраическими: спираль Архимеда, логарифмическая спираль, цепная линия, трактриса. Выведены уравнения этих кривых как в полярной, так и в декартовой системах координат. В природе часто встречаются некоторые типы таких кривых, что и проиллюстрировано в докладе. Рассмотрено применение этих кривых в технике, гидротехнике, в теории механизмов.

УДК 519.22+004.451.9

**Применение кратных интегралов при моделировании
обработки плоских оптических деталей**

Зарецкий Н.А., Юринок В.И.

Белорусский национальный технический университет

Обработка плоских оптических деталей, имеющих высокоточные поверхности, является многоплановой проблемой. Из-за наличия сил трения между притирающимися поверхностями нижнего и верхнего звеньев последнее совершает сложное движения. В результате происходит изменение величины площади зоны контакта детали и инструмента, вызывающее непостоянство эпюры давления в этой зоне. Такая обработка сопровождается неодинаковым съемом припуска в центральной и краевой зонах детали, что служит одним из приемов управления процессом формообразования высокоточных поверхностей деталей. Однако на заключительной стадии полирования, когда требуемая геометрическая форма исполнительской