

**Применение методов аналитической механики к решению задачи о растяжении (сжатии) упругого прямоугольника**

Крушевский А.Е., Крушевский Е.А., Кузнецова А.А.  
Белорусский национальный технический университет

С целью исследования решения на основе методов аналитической механики при устремлении числа аппроксимирующих функций к бесконечности и при задании негладких краевых условий была рассмотрена тестовая задача о сжатии упругого прямоугольника сосредоточенной силой, ступенчатой и треугольной нагрузкой. Решение осуществлено в двойных рядах Фурье с действительными членами в виде полиномов Лежандра.

Для определения десяти обобщенных перемещений имеем четыре вариационных уравнения и шесть уравнений связей из условий равновесия на контуре прямоугольника при  $x = \pm a/2$  и при  $y = \pm b/2$ , которые сведены к функциональному уравнению вида  $A(j) - \sum_{i=1}^{\infty} r_{ij} A(i) = f(j)$  решение которого осуществлено методом последовательных приближений. Для решения данного функционального уравнения на ЭВМ написана программа, которая предусматривает составление матрицы  $(r_{ij})$  и матрицы-столбца  $(f(j))$ , их перемножение и сложение для трех видов нагрузки, а также вычисление напряжений внутри и на контуре прямоугольника при любом отношении его сторон.

Так, при сжатии упругого квадрата двумя сосредоточенными силами достаточно несколько членов ряда, чтобы получить достоверные результаты в центре. В частности, напряжение  $\sigma_y$  в центре квадрата при учете одного слагаемого ряда  $\sigma_y = 0,958 P/a$ , при четырех -  $\sigma_y = 0,933 P/a$ , при десяти -  $\sigma_y = 0,942 P/a$ . Дальнейшее увеличение числа слагаемых практически ничего не дает. Напомним, что результаты, полученные при решении этой задачи другими методами, таковы:  $\sigma_y = 0,959 P/a$  (метод КЭ, 1680 алгебраических уравнений),  $\sigma_y = 0,940 P/a$  (модифицированный вариационный метод Треффца, 50 алгебраических уравнений).