



**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**Белорусский национальный
технический университет**

Кафедра «Техническая физика»

**А. М. Жолудь
С. М. Качан
М. А. Степанов**

**ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ
МЕТОДОМ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

Практикум

**Минск
БНТУ
2025**

А. М. Жолудь
С. М. Качан
М. А. Степанов

ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ МЕТОДОМ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Практикум

для студентов специальностей

6-05-0713-04 «Автоматизация технологических процессов и производств»,

6-05-0713-05 «Робототехнические системы»,

7-07-0712-01 «Электроэнергетика и электротехника»,

7-07-0712-02 «Теплоэнергетика и теплотехника»

*Рекомендовано учебно-методическим объединением по образованию
в области энергетики и энергетического оборудования, в области автоматизации
технологических процессов, производств и управления*

УДК 537.21:004.9(076.5)(075.8)

ББК 22.33я7

Ж79

Р е ц е н з е н т ы:

кафедра физики Белорусского государственного университета
информатики и радиоэлектроники
(зав. кафедрой, канд. физ.-мат. наук, доцент *А. А. Григорьев*);
зав. кафедрой «Ядерная физика» БГУ, канд. физ.-мат. наук,
доцент *А. И. Тимощенко*

Жолудь, А. М.

Ж79 Изучение электростатических полей методом компьютерного моделирования : практикум для студентов специальностей 6-05-0713-04 «Автоматизация технологических процессов и производств», 6-05-0713-05 «Робототехнические системы», 7-07-0712-01 «Электроэнергетика и электротехника», 7-07-0712-02 «Теплоэнергетика и теплотехника» / А. М. Жолудь, С. М. Качан, М. А. Степанов. – Минск : БНТУ, 2025. – 37 с.

ISBN 978-985-31-0127-0.

Данный практикум предназначен для студентов инженерных специальностей. В нем собран теоретический материал и приведены методические указания для выполнения практической работы по моделированию электростатического поля, создаваемого двумя точечными зарядами.

УДК 537.21:004.9(076.5)(075.8)

ББК 22.33я7

ISBN 978-985-31-0127-0

© Жолудь А. М., Качан С. М.,
Степанов М. А., 2025

© Белорусский национальный
технический университет, 2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1. Теоретические основы электростатики	5
1.1. Закон Кулона	5
1.2. Основные характеристики электрического поля	7
1.3. Принцип суперпозиции	12
1.4. Способы графического представления электрического поля	13
1.5. Связь между вектором напряженности и потенциалом электрического поля	15
1.6. Теорема Остроградского-Гаусса	18
2. Порядок выполнения работы	23
2.1. Описание программы	23
2.1.1. Интерфейс программы	23
2.1.2. Ввод исходных данных	25
2.1.3. Режим исследования электрического поля с помощью вектора напряженности	26
2.1.4. Режим исследования электрического поля с помощью силовых линий	27
2.1.5. Режим исследования электрического поля с помощью эквипотенциальных поверхностей	28
2.1.6. Вычисление положения точки с нулевым значением напряженности электрического поля	29
2.2. Задания для выполнения работы	30
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ	36
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	37

ВВЕДЕНИЕ

Данный практикум предназначен для студентов 1-го курса специальностей: 7-07-0712-01 «Электроэнергетика и электротехника», 7-07-0712-02 «Теплоэнергетика и теплотехника», 6-05-0713-04 «Автоматизация технологических процессов и производств», 6-05-0713-05 «Робототехнические системы». Практикум будет также полезен для студентов любых других инженерных специальностей, изучающих физику.

В практикуме приведены методические указания для выполнения практической работы по моделированию электростатического поля, создаваемого двумя точечными электрическими зарядами. Анализ электростатических полей, выполненный с помощью компьютерного моделирования, позволит в наглядной форме познакомиться с основными способами представления электростатического поля и изучить его основные свойства. Теоретический материал, изложенный в практикуме, содержит сведения об основных характеристиках электрического поля и их взаимосвязи. Сложные для восприятия математические понятия потока и градиента вектора вводятся на наглядных примерах.

Цели практикума: изучение основных свойств электростатического поля, его силовых и энергетических характеристик; построение двухмерной картины силовых линий и эквипотенциальных поверхностей электростатического поля, создаваемого двумя точечными зарядами, с использованием программы для ее моделирования; проведение анализа электростатических полей, формируемых парой точечных электрических зарядов с различными величинами зарядов и взаимным расположением, а также проверка выполнения теоремы Остроградского-Гаусса.

Для выполнения заданий, описанных в практикуме, потребуются следующие приборы и принадлежности: персональный компьютер; программа для моделирования характеристик электростатического поля, создаваемого двумя точечными зарядами.

Освоение студентами материалов данного практикума сформирует представления об основных законах электростатики и навыки анализа электростатических полей.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОСТАТИКИ

1.1. Закон Кулона

Физика – это наука о взаимодействиях. На сегодняшний день выделяют четыре фундаментальных взаимодействия: гравитационное, электромагнитное, сильное и слабое. В этом практикуме мы рассмотрим электромагнитное взаимодействие, а точнее его частный случай – электростатическое взаимодействие.

Повседневный жизненный опыт говорит, что взаимодействие происходит при непосредственном контакте тел. *Электростатическое взаимодействие – это взаимодействие неподвижных зарядов.* Возникает вопрос: как взаимодействуют заряды? Между ними нет непосредственного контакта, а взаимное притяжение или отталкивание есть. Какая материя позволяет им взаимодействовать? Ответ – электрическое поле.

Электрическое поле – это особая форма материи, которая обнаруживается по ее действию на электрический заряд.

Данное определение однозначно описывает электрическое поле, кроме того, оно содержит способ его обнаружения. Человек не способен воспринимать своими органами чувств электрическое поле, поэтому, чтобы его изучать, необходимо наблюдать за поведением пробного заряда.

Пробный заряд – это точечный заряд, который не искажает электрическое поле при его внесении.

Какие физические величины являются мерой взаимодействия? Это векторная физическая величина – сила, и скалярная величина – энергия. Сила, с которой взаимодействуют неподвижные точечные заряды в вакууме, определяется законом Кулона:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad (1)$$

где F – сила взаимодействия между точечными зарядами;

k – константа, значение которой зависит от выбранной системы единиц физических величин;

q_1 и q_2 – электрические заряды;

r – расстояние между зарядами.

Когда закон Кулона выражается в Международной системе единиц СИ, сила измеряется в ньютонах (Н), заряд – в кулонах (Кл), а расстояние – в метрах (м). Постоянная Кулона при этом, очевидно, должна измеряться в $\text{Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$, и современные измерения дают для нее значение

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}.$$

Более строго постоянная Кулона в системе СИ определяется выражением

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0},$$

где $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}$ – *электрическая постоянная* (также известная как электрическая проницаемость вакуума). С учетом этого, формулу (1) можно записать в следующем виде:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}. \quad (2)$$

Примечательно, что математически закон Кулона имеет точно такую же форму, как и закон гравитационного притяжения Ньютона, если заменить в последнем массы на заряды, а постоянную Ньютона на постоянную Кулона. И для этого сходства есть веские причины. Согласно современной квантовой теории поля и электрические, и гравитационные поля возникают, когда физические тела обмениваются между собой элементарными частицами, лишенными массы покоя – фотонами или гравитонами соответственно. Таким образом, несмотря на все различие в природе гравитации и электричества, у этих двух сил много общего.

Закон Кулона можно записать также в векторной форме. Сила Кулона всегда направлена вдоль линии, соединяющей точечные заряды. На рис. 1 представлены два таких точечных заряда и проведена линия между ними: радиус-вектор $\vec{r}$ направлен из заряда q_1 к заряду q_2 , его длина равна r , и закон Кулона в векторной форме принимает вид:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^3} \vec{r}. \quad (3)$$

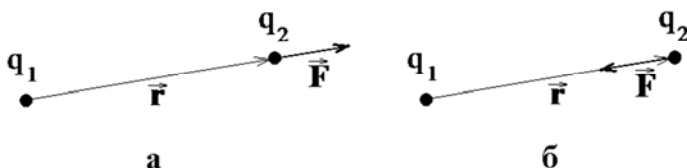


Рис. 1. К определению силы Кулона

Анализ выражения (3) показывает, что если первый и второй заряды одного знака, то сила будет сонаправлена с радиус-вектором (см. рис. 1, *а*). Это говорит о том, что второй заряд будет отталкиваться от первого. Если же заряды обладают разными знаками, то вектор силы будет направлен в сторону, противоположную радиус-вектору (см. рис. 1, *б*), и второй заряд будет притягиваться к первому. Точно такие же результаты будут получены и в отношении первого заряда, если радиус-вектор $\vec{r}$ будет направлен из заряда q_2 к заряду q_1 .

1.2. Основные характеристики электрического поля

Учитывая, что сила Кулона, действующая на пробный заряд q со стороны некоторого другого заряда (или же системы зарядов), всегда пропорциональна пробному заряду, мы можем ввести новый вектор:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}, \quad (4)$$

который называется *вектором напряженности электрического поля*, создаваемого другим зарядом (или системой зарядов) в точке расположения пробного заряда. Важно еще раз подчеркнуть, что напряженность электрического поля не зависит от величины пробного заряда. Единицей измерения напряженности электрического поля является ньютон/кулон (Н/Кл). После упрощения эта единица измерения запишется в стандартном виде вольт/метр (В/м).

Определение напряженности 1.

Напряженность электрического поля – это векторная физическая величина, равная отношению силы Кулона, действующей на заряд, к величине заряда.

Существует более удобное для запоминания определение напряженности. Пусть Q – заряд, который создает поле, q – пробный заряд. Тогда:

$$E = \frac{F}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q\left(\frac{q}{q}\right)}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q(+1)}{r^2}. \quad (5)$$

Или же, упрощая, мы можем записать формулу для расчета **напряженности электрического поля точечного заряда** в виде:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}. \quad (6)$$

Если сравнить полученное выражение с формулой (2) для электрической силы, то придем к следующему определению напряженности:

Определение напряженности 2.

Напряженность электрического поля – это сила, действующая на единичный положительный заряд.

Напряженность электрического поля – это силовая характеристика поля, поскольку она была введена через силу взаимодействия электрических зарядов.

Обратимся теперь к энергии электрического взаимодействия. Для этого вычислим работу dA силы $\vec{F}$ по перемещению заряда, рассматривая бесконечно малое перемещение $d\vec{r}$:

$$dA = \vec{F} d\vec{r}. \quad (7)$$

Для иллюстрации, на рис. 2 изображена траектория, по которой движется пробный заряд q в поле точечного заряда Q из точки 1 в точку 2. Расписывая скалярное произведение векторов в формуле (7) через модули векторов и косинус угла между ними, получим знакомое выражение для работы:

$$dA = |\vec{F}| \cdot |d\vec{r}| \cos \alpha. \quad (8)$$

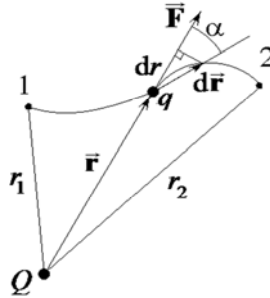


Рис. 2. К вычислению работы при перемещении заряда

Обратим внимание на прямоугольный треугольник, в вершине которого находится заряд q и который образован катетом dr и гипотенузой $d\vec{r}$. Произведение $|d\vec{r}| \cos \alpha$ – это не что иное, как проекция вектора перемещения на направление действия силы, которая равна изменению расстояния dr между зарядами. Таким образом, работа будет совершаться только при изменении расстояния между зарядами. Учитывая это, а также формулу (2), элементарная работа силы из формулы (8) запишется в следующем виде:

$$dA = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2} dr. \quad (9)$$

Чтобы рассчитать работу, которую совершает сила при перемещении пробного заряда из точки 1 в точку 2, необходимо просуммировать все элементарные работы, совершаемые на этом пути. При этом получается сумма бесконечно большого числа бесконечно малых величин, которая выражается через следующий интеграл:

$$\begin{aligned} A &= \int_0^A dA = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2} dr = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} r^{-2} dr = \\ &= \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \left. \frac{r^{-1}}{-1} \right|_{r_1}^{r_2} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Окончательно, мы получаем для работы следующее выражение:

$$A = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right), \quad (11)$$

где r_1 и r_2 – начальное и конечное расстояния между зарядами, соответственно.

Определим по формуле (11), чему равна работа по перемещению заряда вдоль замкнутой траектории. Поскольку замкнутая траектория начинается и заканчивается в одной и той же точке, $r_1 = r_2$, работа по перемещению заряда вдоль нее равна нулю. Напомним, что по определению, сила, работа которой по замкнутой траектории равна нулю, называется консервативной. Таким образом, *сила Кулона – это консервативная сила*.

Напомним также, что для любой консервативной силы (а следовательно, и для кулоновской силы) можно ввести потенциальную энергию. Потенциальная энергия – это энергия, которая характеризует способность силы совершать работу. При этом, в силу закона сохранения энергии, совершенная работа A равна убыли потенциальной энергии W :

$$A = -\Delta W. \quad (12)$$

Приравняв (11) и (12), мы получим

$$\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = -(W_2 - W_1). \quad (13)$$

Анализ выражения (13) приводит к следующей формуле для потенциальной энергии кулоновской силы:

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r}. \quad (14)$$

Единица измерения потенциальной энергии, как и работы – 1 Дж.

Учитывая, что потенциальная энергия кулоновской силы, действующей на пробный заряд q со стороны заряда Q , всегда пропорциональна пробному заряду, мы можем ввести новую характеристику электрического поля:

$$\varphi = \frac{W}{q}, \quad (15)$$

которая называется *потенциалом электрического поля*, создаваемого зарядом Q в точке расположения пробного заряда q . Важно еще раз подчеркнуть, что потенциал электрического поля не зависит от величины пробного заряда. Единицей измерения потенциала электрического поля является джоуль/кулон (Дж/Кл), которая после упрощения запишется в более стандартном виде как просто вольт (В).

Определение потенциала 1.

Потенциал электрического поля – это скалярная физическая величина, равная отношению потенциальной энергии заряда в электрическом поле к величине этого заряда.

Подставив формулу (14) в (15), можно записать выражение, которое даст еще одно определение для потенциала:

$$\varphi = \frac{W}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q\left(\frac{q}{q}\right)}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q(+1)}{r}. \quad (16)$$

Или же, упрощая, мы можем записать формулу для расчета **потенциала электрического поля точечного заряда** в виде:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}. \quad (17)$$

Сравнивая выражения для потенциальной энергии (14) и потенциала (16), мы приходим к следующему определению потенциала:

Определение потенциала 2.

Потенциал электрического поля – это скалярная физическая величина, равная потенциальной энергии единичного положительного заряда в данной точке электрического поля.

Существует еще одно полезное определение потенциала электрического поля. Чтобы его дать, разделим работу (11) на величину пробного заряда q :

$$\frac{A}{q} = \frac{Q\left(\frac{q}{q}\right)}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{Q(+1)}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (18)$$

Пусть начальное положение r_1 пробного заряда q находится на расстоянии r от заряда Q , а конечное положение r_2 находится в бесконечно удаленной точке (в которой пробный заряд q уже не испытывает влияния другого заряда Q).

$$\lim_{r_2 \rightarrow \infty} \frac{A}{q} = \lim_{r_2 \rightarrow \infty} \frac{Q(+1)}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}. \quad (19)$$

Как видим, правая часть выражения (19) – это не что иное, как потенциал точечного заряда, центральная часть выражения – это работа по перемещению единичного положительного заряда, и в целом мы можем дать еще и такое определение для потенциала:

Определение потенциала 3.

Потенциал электрического поля – это работа по перемещению единичного положительного заряда из данной точки в бесконечно удаленную точку.

Так же, как *напряженность* электрического поля является его *силовой* характеристикой, *потенциал* электрического поля является его *энергетической* характеристикой.

1.3. Принцип суперпозиции

В механике, если на точечное тело действуют несколько сил, то их действие эквивалентно действию одной равнодействующей силы, которая равна векторной сумме всех действующих сил. Такое же правило применимо и для кулоновских сил: если на пробный заряд действуют силы со стороны нескольких других зарядов, то их суммарное действие эквивалентно действию одной равнодействующей силы, которая будет равна векторной сумме кулоновских сил, создаваемых каждым зарядом в отдельности:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_N. \quad (20)$$

Разделив все части формулы (20) на величину пробного заряда, исходя из определения напряженности электрического поля, мы вместо векторов сил получим векторы напряженности (21):

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i. \quad (21)$$

Эта формула отражает принцип суперпозиции для напряженности электрического поля: *напряженность электрического поля, которую создает система зарядов, равна векторной сумме напряженностей, которые создает каждый заряд по отдельности.*

Точно так же можно вывести выражение и для потенциала электрического поля, производимого системой зарядов:

$$\varphi = \sum_{i=1}^N \varphi_i. \quad (22)$$

В итоге мы приходим к принципу суперпозиции для потенциала: *потенциал электрического поля, который создает система зарядов, равен сумме потенциалов, которые создает каждый заряд по отдельности.*

1.4. Способы графического представления электрического поля

Физиологическая особенность человека заключается в том, что он значительно лучше воспринимает графическую информацию, чем текст, таблицы или формулы. Поэтому очень важным для исследования электрических полей является вопрос о способах их графического представления.

Такие силовые характеристики, как напряженности электрического и магнитного полей, еще со времен Фарадея представляют с помощью силовых линий. *Силовая линия электрического поля – это воображаемая линия, проведенная через пространство так, что ее касательная в любой точке совпадает по направлению с вектором напряженности электрического поля.*

Такие же скалярные энергетические характеристики, как потенциал электрического поля, удобно визуализировать с помощью эквипотенциальных поверхностей. *Эквипотенциальная поверхность – это поверхность, в каждой точке которой потенциал одинаковый.*

В качестве примера рассмотрим картину поля, которое создает положительный заряд (см. рис. 3).

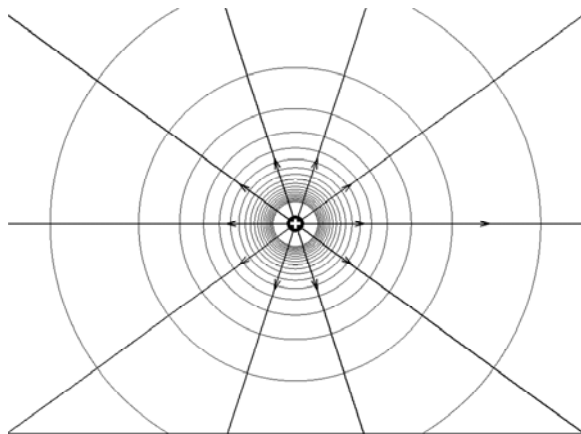


Рис. 3. Силовые линии и эквипотенциальные поверхности положительного заряда

При анализе этой картины следует вспомнить, что сила Кулона направлена по линии, соединяющей заряды. По одному из определений, данных выше, напряженность электрического поля – это сила, действующая на единичный положительный заряд. Таким образом, напряженность будет направлена по линии, соединяющей исследуемый заряд и единичный положительный. Касательная, которая совпадает с направлением вектора напряженности, будет проходить по той же прямой линии, которая соединяет заряды. Следовательно, силовые линии одиночного положительного заряда – это набор радиально расходящихся от заряда линий.

Для анализа эквипотенциальных поверхностей электрического поля одиночного заряда, обратимся к формуле (17). Она позволяет сделать вывод, что значение потенциала точечного заряда будет оставаться одинаковым во всех точках, удаленных на одинаковое расстояние от точечного заряда. Этому условию удовлетворяет по-

верхность, называемая сферой, которая в проекции на плоский рисунок представляет собой окружность. Соответственно на рис. 3 эквипотенциальные поверхности точечного заряда представляются набором концентрических окружностей. Соседние эквипотенциальные поверхности отличаются друг от друга по потенциалу на равную величину, что приводит к уплотнению числа эквипотенциальных поверхностей вблизи заряда.

Силовые линии и эквипотенциальные поверхности отрицательного заряда приведены на рис. 4. Единственное отличие этого рисунка от рис. 3 в том, что силовые линии *одиночного отрицательного* заряда представляются набором *радиально сходящихся* к заряду линий. Это соответствует изменению направления силы, действующей на положительно заряженные пробные заряды: они *притягиваются* к рассматриваемому отрицательно заряженному заряду.

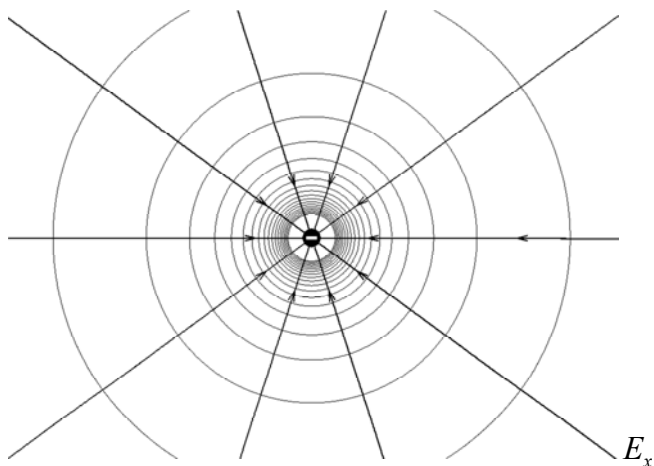


Рис. 4. Силовые линии и эквипотенциальные поверхности отрицательного заряда

1.5. Связь между вектором напряженности и потенциалом электрического поля

Проанализируем связь между напряженностью электрического поля и его потенциалом в общем случае (считая, что электрическое поле создается произвольно сложной системой зарядов). Следует прежде

всего вспомнить, что напряженность была введена через силу Кулона, а потенциал – через работу этой силы. Работа и сила связаны между собой формулой (7), которая в силу принципа суперпозиции остается справедливой для произвольной системы зарядов. Подставив в (7) формулу (12), получим:

$$-dW = \vec{F}d\vec{r}. \quad (23)$$

Разделим левую и правую части формулы (23) на величину пробного заряда q . Тогда, принимая во внимание формулы (4) и (15), которые определяют соответственно напряженность и потенциал электрического поля, мы получим следующее выражение:

$$-d\varphi = \vec{E}d\vec{r}. \quad (24)$$

Распишем напряженность электрического поля и вектор перемещения через базисные вектора $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ используемой декартовой системы координат:

$$\vec{E} = E_x\vec{i} + E_y\vec{j} + E_z\vec{k}, \quad d\vec{r} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}. \quad (25)$$

Подставляя эти выражения в формулу (24), мы получим:

$$-d\varphi = E_x dx + E_y dy + E_z dz. \quad (26)$$

Напомним, что полный дифференциал потенциала может быть записан как:

$$d\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x} dx + \frac{\partial\varphi}{\partial y} dy + \frac{\partial\varphi}{\partial z} dz. \quad (27)$$

Сравнение (26) и (27) позволяет получить:

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}. \quad (28)$$

Подставив эти компоненты вектора напряженности в первое выражение из (25), мы окончательно получаем следующую связь между напряженностью электрического поля и его потенциалом:

$$\vec{E} = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} - \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} - \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}. \quad (29)$$

Эту же формулу можно записать более компактно, если использовать такой математический оператор, как градиент. Определение этого оператора:

$$\nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z} \text{ или } \text{grad} = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}. \quad (30)$$

Соответствующая компактная запись формулы (29):

$$\vec{E} = -\nabla\varphi \text{ или } \vec{E} = -\text{grad} \varphi. \quad (31)$$

Формула (23), которая позволила найти выражение (29), связывающее вектор напряженности электрического поля и его потенциал, позволяет наглядно показать еще одно важное свойство напряженности и потенциала. На рис. 5 изображены две бесконечно близкие эквипотенциальные поверхности (напомним, что в каждой точке такой поверхности величина потенциальной энергии равна одному и тому же значению) и разные варианты ориентации вектора силы. Жирной точкой на рисунке обозначен пробный заряд q .

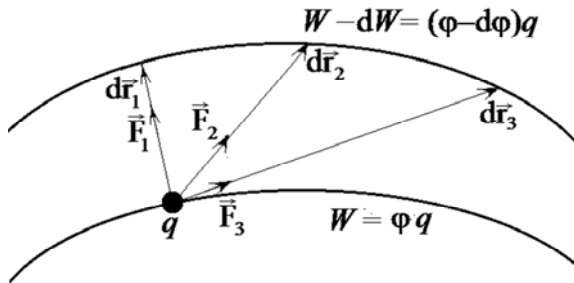


Рис. 5. Вектор силы Кулона и эквипотенциальные поверхности

Согласно (23), работа сил электростатического поля равна убыли потенциальной энергии. Поэтому при перемещении пробного заряда из любой точки эквипотенциальной поверхности со значением потенциальной энергии W в любую точку поверхности со значением потен-

циальной энергии $W - dW$, независимо от пути такого перемещения, будет совершена одна и та же работа $A = dW$, равная убыли потенциальной энергии. На рис. 5 изображены три варианта перемещения пробного заряда q , каждый из которых обладает разной длиной: $|d\vec{r}_3| > |d\vec{r}_2| > |d\vec{r}_1|$. Работа во всех случаях одинаковая:

$$A = F_1 |d\vec{r}_1| = F_2 |d\vec{r}_2| = F_3 |d\vec{r}_3| = dW. \quad (32)$$

При анализе этой формулы очевидно, что чем меньше длина перемещения, тем большая сила действует в направлении перемещения. Наибольшая сила при этом действует в направлении, соответствующем наикратчайшему расстоянию между текущим положением пробного заряда q на эквипотенциальной поверхности W и эквипотенциальной поверхностью $W - dW$. Учитывая же, что две бесконечно близкие эквипотенциальные поверхности могут считаться вблизи пробного заряда практически плоскими, а кратчайшее расстояние от точки до плоскости – это перпендикуляр, опущенный из этой точки на данную плоскость, мы приходим к выводу, что наибольшая сила действует на пробный заряд в направлении нормали к эквипотенциальной поверхности. Именно в этом направлении и будет двигаться пробный заряд. Вспоминая же, что движение пробного заряда происходит вдоль силовых линий, можно сделать вывод, что силовые линии всегда направлены по нормали к эквипотенциальным поверхностям.

Вывод. Вектор напряженности электрического поля всегда направлен по нормали к эквипотенциальной поверхности. Другими словами, силовые линии пересекают эквипотенциальные поверхности под прямыми углами. Эта же связь потенциала и вектора напряженности отражена в формуле (31), поскольку градиент скалярной величины – это вектор, который указывает направление наибольшего изменения величины.

1.6. Теорема Остроградского-Гаусса

Закон Кулона (3) можно переписать и в другой, интегральной форме, известной как теорема Остроградского-Гаусса. Но прежде, чем перейти к формулировке данной теоремы, необходимо ввести понятие потока вектора. Для этого рассмотрим вытекание жидкости из крана (см. рис. 6). Введем допущение, что во всех точках струи частицы

жидкости перемещаются с одинаковой скоростью. Такое допущение эквивалентно приближению нулевой вязкости жидкости, что делает наш пример более простым и наглядным.

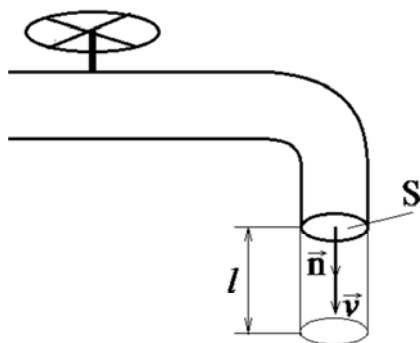


Рис. 6. К понятию потока вектора

Рассчитаем объем жидкости ΔV , который вытекает из крана с площадью поперечного сечения S за промежуток времени Δt . Считая, что скорость струи по всему сечению одинакова и равна v , можно сделать вывод, что за время Δt из крана вытечет струя длиной $l = v\Delta t$. Соответственно, объем ΔV будет равен:

$$\Delta V = Sl = Sv\Delta t. \quad (33)$$

В более общем случае, когда жидкость вытекает в направлении вектора скорости $\vec{v}$ под углом α к нормали $\vec{n}$ к поверхности контура S , формула (33) остается справедливой, с заменой скалярной скорости струи v на скалярное произведение векторов скорости и нормали к поверхности. По определению, оно равно произведению модулей векторов на косинус угла между ними:

$$\vec{v} \cdot \vec{n} = v \cdot \cos \alpha = v_{\perp},$$

Здесь мы учли, что модуль вектор нормали $\vec{n}$ к поверхности контура S по определению равен единице.

В итоге, в общем случае отношение объема вытекшей жидкости ΔV к промежутку времени Δt будет равно:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \vec{v} \cdot \vec{n} S. \quad (34)$$

Такое отношение называется *ежесекундным расходом жидкости* или же ее *потоком*. Обобщая вышеизложенные рассуждения на произвольный вектор $\vec{v}$, потоком вектора $\vec{v}$ называется следующая величина:

$$\Phi_v = \vec{v} \cdot \vec{n} S. \quad (35)$$

Напомним, что до сих пор мы считали, что контур S является плоским, а вектор $\vec{v}$ остается неизменным по направлению и абсолютному значению в пределах этого контура. В общем случае, эти предположения остаются справедливыми только для бесконечно малого контура dS , через который проходит бесконечно малый поток $d\Phi$. Заменяя при этом некий произвольный вектор $\vec{v}$ на вектор напряженности электрического поля $\vec{E}$, мы получим выражение для элементарного потока вектора напряженности электрического поля:

$$d\Phi = \vec{E} \cdot \vec{n} dS. \quad (36)$$

Полный поток вектора напряженности электрического поля через некоторую замкнутую поверхность S вычисляется как интеграл (то есть сумма бесконечно большого числа бесконечно малых элементов) по всем элементарным потокам, проходящим через эту поверхность:

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot \vec{n} dS. \quad (37)$$

В качестве примера вычислим поток вектора напряженности электрического поля через поверхность сферы радиусом R . Электрическое поле будет создавать точечный заряд Q (для определенности $Q > 0$). Привяжем центр сферы к этому заряду (см. рис. 7).

В данном случае, как вектор нормали к выбранной нами сферической поверхности, так и вектор напряженности электрического поля остаются сонаправленными, хотя и не сохраняют своего направления в пределах всей поверхности сферы. Более того, исходя из формулы (6), напряженность электрического поля в каждой точке сфериче-

ской поверхности будет равна по модулю одному и тому же значению. Поэтому в рассматриваемом случае скалярное произведение $\vec{E} \cdot \vec{n} = E$ будет всегда неизменно, и его можно вынести за знак интеграла:

$$\Phi_E = E \oint_S dS. \quad (38)$$

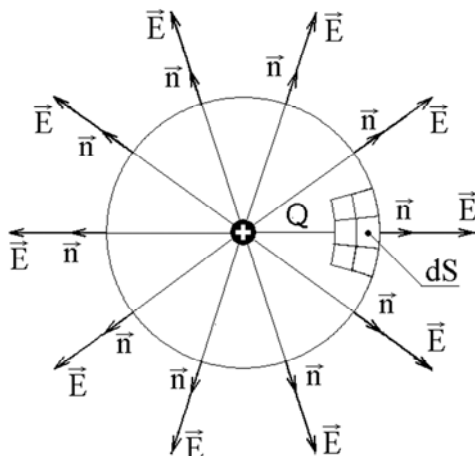


Рис. 7. К расчету потока вектора напряженности

Оставшийся интеграл в (38) суммирует площади всех элементов dS , которые покрывают нашу сферическую поверхность с радиусом R . Это значит, что интеграл будет равен площади сферической поверхности $S = 4\pi R^2$. Соответственно, с учетом (6), полный поток вектора напряженности электрического поля от заряда Q принимает вид:

$$\Phi_E = ES = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^2} 4\pi R^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}. \quad (39)$$

Важно, что этот же результат мы бы получили, используя любую другую замкнутую поверхность вокруг заряда – поток вектора напряженности электрического поля от заряда Q всегда равен Q/ϵ_0 , независимо от формы замкнутой поверхности. Таким образом, мы можем сформулировать теорему Остроградского-Гаусса:

Теорема Остроградского-Гаусса для электростатического поля:

Поток вектора напряженности электрического поля через любую замкнутую поверхность равен отношению суммарного заряда, находящегося внутри поверхности, к электрической постоянной.

$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{n} dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i . \quad (40)$$

Обратим внимание на то, что на рис. 7 радиально расходящиеся от заряда линии – это силовые линии, и чем ближе некоторая точка находится к заряду, тем ближе друг к другу проходят силовые линии. Следует отметить также, что по формуле (6) напряженность электрического поля возрастает с приближением к заряду. Таким образом, плотность силовых линий соответствует модулю напряженности: чем плотнее в окрестностях некоторой точки идут силовые линии, тем больше напряженность электрического поля в этой точке.

Окружим заряд двумя замкнутыми поверхностями. Все те же силовые линии, которые проходят через одну поверхность, пересекут и вторую. Поскольку две данные поверхности окружают один и тот же заряд, согласно (39) поток вектора напряженности электрического поля через обе эти поверхности будет одинаковым. Таким образом, для двух разных поверхностей мы имеем одинаковый поток вектора напряженности и одинаковое число силовых линий, которые их пересекают.

Вывод: *поток вектора напряженности через замкнутую поверхность пропорционален числу силовых линий, проходящих через поверхность.*

2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

2.1. Описание программы

2.1.1. Интерфейс программы

Работа выполняется в программе, позволяющей вычислять и визуализировать силовые линии и эквипотенциальные поверхности поля, которое создается двумя точечными зарядами в вакууме. Общий вид интерфейса программы представлен на рис. 8.

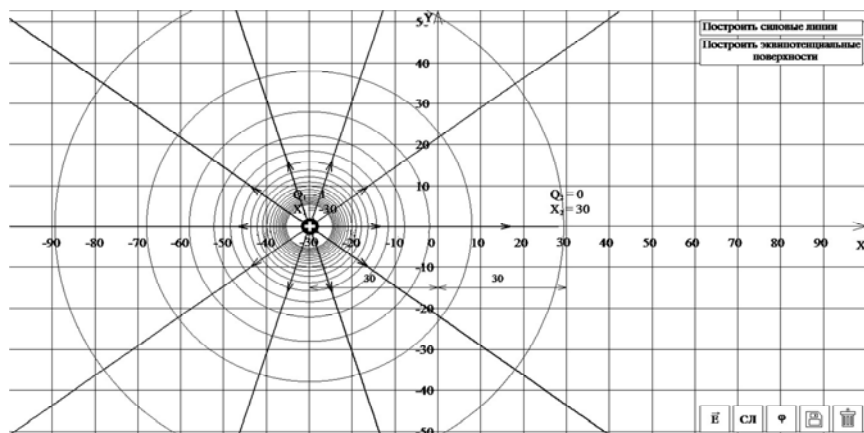


Рис. 8. Общий вид интерфейса программы

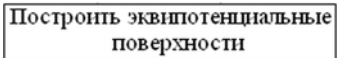
В верхнем правом углу окна программы расположены активные области с надписями: «Построить силовые линии» и «Построить эквипотенциальные поверхности». Их графическое изображение и назначение приводятся в табл. 1.

Включение и выключение режимов производится кликом левой кнопки мыши по соответствующей области.

При включении режима фон области становится желтым, при выключении белым. При включении режима на экране отображаются соответствующие характеристики поля. Таким образом, возможны три варианта визуализации: 1) отображение силовых линий; 2) отображение эквипотенциальных поверхностей; 3) совместное отображение силовых линий и эквипотенциальных поверхностей электростатического поля.

Таблица 1

Назначение активных областей

Вид области	Предназначение
	Включение / Выключение режима отображения силовых линий
	Включение / Выключение режима отображения эквипотенциальных поверхностей

В нижнем правом углу окна программы расположены пять управляющих кнопок. Они позволяют включить необходимый для исследования электрического поля режим, а также очистить экран от дополнительных меток или сохранить изображение на экране в графический файл. Графическое изображение и назначение управляющих кнопок приведены в табл. 2.

Таблица 2

Назначение управляющих кнопок

№ п/п	Вид кнопки	Предназначение
1		Включение / Выключение режима исследования электрического поля с помощью вектора напряженности
2		Включение / Выключение режима исследования электрического поля с помощью силовых линий
3		Включение / Выключение режима исследования электрического поля с помощью эквипотенциальных поверхностей
4		Сохранить изображение экрана программы в графический файл
5		Очистить экран программы

При включении режима фон кнопки становится желтым, при выключении белым.

Включение/выключение соответствующего режима или применение необходимой функции производится путем клика мыши по соответствующей кнопке.

Далее рассмотрим ввод данных и режимы исследования электростатического поля точечных зарядов.

2.1.2. Ввод исходных данных

На экране программы, рядом с изображением каждого точечного заряда, указаны его величина, знак и координата по оси абсцисс OX (см. рис. 9). В нижней области изображения также приводится значение расстояния от точечного заряда до начала координат.

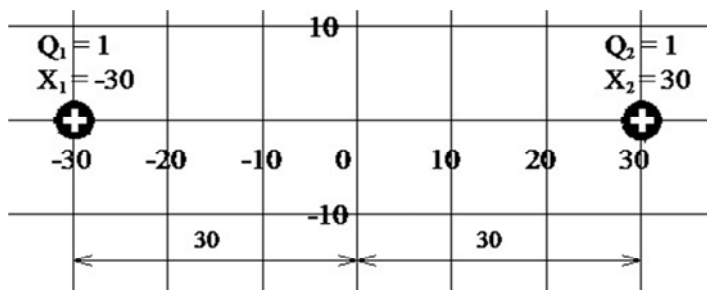


Рис. 9. Область отображения параметров точечных зарядов

Для изменения любого из этих параметров произведите двойной щелчок левой кнопкой мыши по отображаемому значению. Это действие вызывает поле для ввода, куда следует внести нужное значение. После этого нажатием клавиши ENTER закрывается поле ввода, и заданное значение параметра активируется. При этом, если включен режим отображения силовых линий и/или режим отображения эквипотенциальных поверхностей, отображение соответствующих характеристик обновляется в соответствии с заданным параметром.

На рис. 10 приведен пример ввода величины точечного заряда Q_1 .

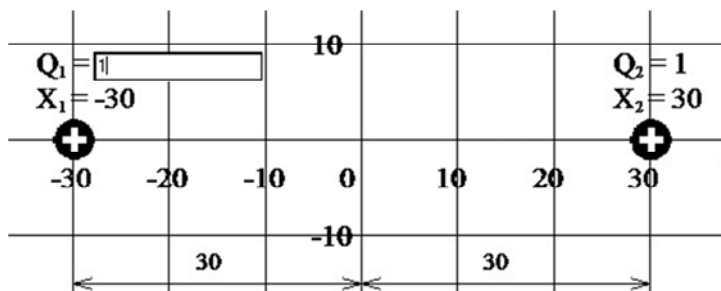


Рис. 10. Изменение значения параметра

2.1.3. Режим исследования электрического поля с помощью вектора напряженности

Данный режим включается при нажатии на кнопку $\vec{E}$ внизу окна программы. Если активировать этот режим и перемещать курсор на экране, зажав левую кнопку мыши, то вместе с перемещением курсора в режиме реального времени будет перестраиваться отображение вектора напряженности электростатического поля $\vec{E}$ (см. рис. 11).

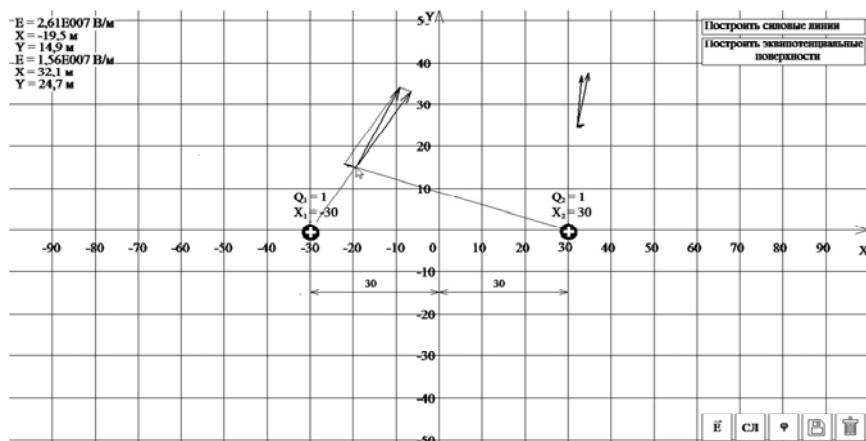


Рис. 11. Окно программы в режиме исследования электрического поля с помощью вектора напряженности

Результирующий вектор напряженности поля (который в соответствии с принципом суперпозиции является векторной суммой напряженностей полей первого и второго зарядов) отображается на экране пурпурным цветом. Вектора напряженности полей, созданных отдельными точечными зарядами, имеют тот же цвет отображения, что и сами точечные заряды.

В левом верхнем углу экрана отображаются координаты текущего положения курсора и значение результирующей напряженности электростатического поля в данной точке.

При нажатии правой кнопки мыши в текущем положении курсора в окне программы останется изображение результирующего вектора напряженности электростатического поля и составляющих его векторов.

При этом в левой части экрана появятся координаты данной точки и значение результирующей напряженности поля. В этой позиции всегда будут записываться данные, относящиеся к последнему нажатию. В случае ошибочного нажатия правой кнопки мыши и необходимости удалить зафиксированный вектор напряженности, нажмите сочетание клавиш Ctrl+Z.

Если при заданных вами параметрах точечных зарядов величина вектора напряженности оказывается настолько большой, что при отображении в текущем масштабе он не помещается на экране, в левой верхней части экрана появляется мигающий красный квадрат с надписью «E >» (см. рис. 12, а).

Если напряженность в данной точке оказывается меньше значения, необходимого для ее корректного отображения в текущем масштабе, в верхней левой части экрана появляется мигающий красный квадрат с надписью «E <» (см. рис. 12, б).

В обоих указанных случаях не отображаются векторы напряженности электростатических полей, создаваемых отдельными зарядами, а отображается только условный вектор, задающий направление реального результирующего вектора напряженности, но не его величину.

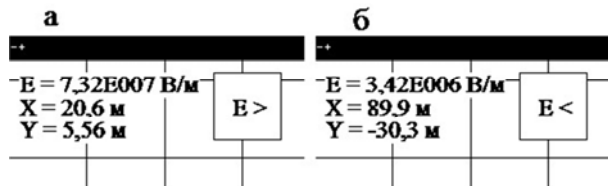


Рис. 12. Индикация слишком большого (а) и слишком малого (б) значений напряженности электростатического поля.

2.1.4. Режим исследования электрического поля с помощью силовых линий

Чтобы включить этот режим, в нижнем правом углу программы нажмите на кнопку ☐ сл. Если активировать этот режим и перемещать курсор на экране, зажав левую кнопку мыши, то вместе с перемещением курсора в режиме реального времени будет перестраиваться силовая линия, проходящая через точку размещения курсора (см. рис. 13).

Нажатие на правую кнопку мыши приведет к тому, что будет построена и зафиксирована на экране силовая линия, проходящая через текущее положение курсора. При ошибочном построении силовой линии ее можно удалить нажатием сочетания клавиш Ctrl+Z.

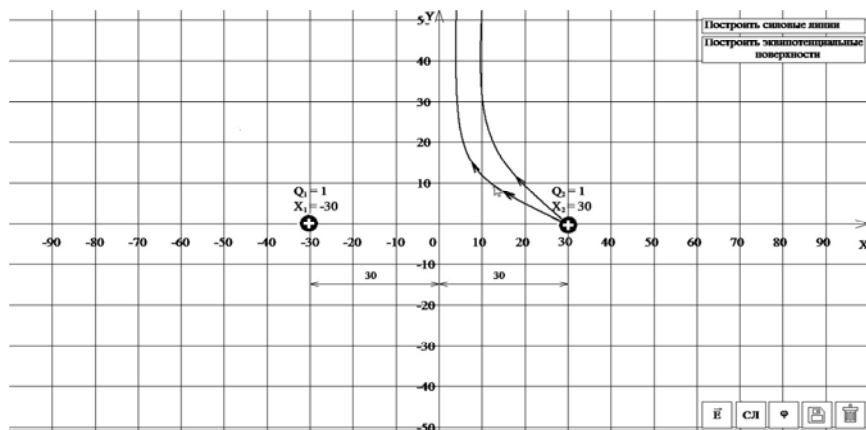


Рис. 13. Окно программы в режиме исследования электрического поля с помощью силовых линий

2.1.5. Режим исследования электрического поля с помощью эквипотенциальных поверхностей

Включение данного режима осуществляется нажатием на кнопку . Если активировать этот режим и перемещать курсор на экране, зажав левую кнопку мыши, то вместе с перемещением курсора в режиме реального времени будет перестраиваться эквипотенциальная поверхность, проходящая через точку размещения курсора (см. рис. 14).

При этом в верхнем левом углу окна программы будут отображаться координаты текущего положения курсора и значение потенциала ϕ в данной точке электростатического поля.

При нажатии правой кнопки мыши в окне программы останется эквипотенциальная поверхность, проходящая через текущее положение курсора. Если правая кнопка мыши была нажата ошибочно, и вы не желаете, чтобы полученная эквипотенциальная поверхность оставалась на экране программы, нажмите Ctrl+Z.

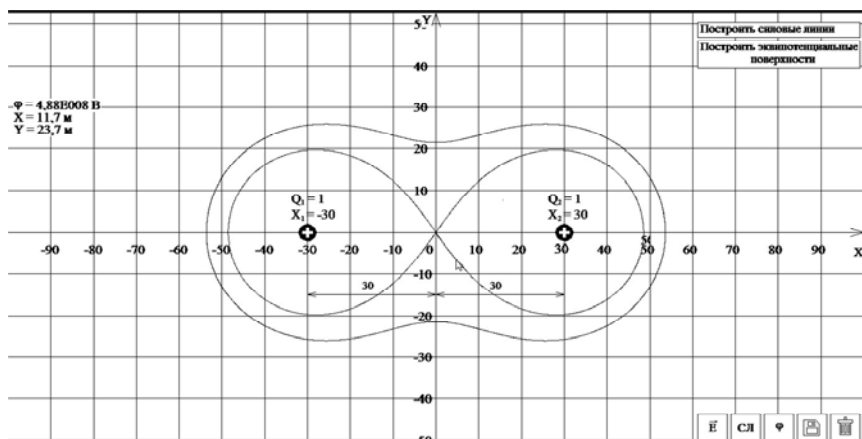


Рис. 14. Окно программы в режиме исследования электрического поля с помощью эквипотенциальных поверхностей

2.1.6. Вычисление положения точки с нулевым значением напряженности электрического поля

Рассмотрим вычисление положения точки с нулевым значением напряженности электрического поля на следующем примере.

Пусть координаты первого точечного заряда $X_1 = -20$ м, $Y_1 = 0$ м, величина первого заряда $Q_1 = -1$ Кл. Координаты второго точечного заряда $X_2 = 30$ м, $Y_2 = 0$ м, его величина $Q_2 = 4$ Кл.

Очевидно, искомая точка с нулевым значением напряженности электрического поля будет находиться на линии, соединяющей заряды Q_1 и Q_2 . При этом вектора напряженности в данной точке, создаваемые зарядами, будут равны по модулю, но направлены в противоположные стороны (см. рис. 15).

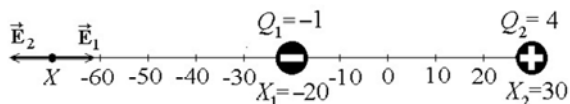


Рис. 15. К определению положения точки с нулевым значением напряженности электрического поля

$$\vec{E}_1 = -\vec{E}_2. \quad (41)$$

Тогда, используя формулы (6) и (41) для определения координаты X искомой точки (Y при этих условиях будет равно 0) можно записать:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{(X - X_1)^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{(X - X_2)^2}. \quad (42)$$

После проведения необходимых сокращений и извлечения квадратного корня из обеих частей уравнения (42) получим выражение:

$$\frac{(X - X_2)}{(X - X_1)} = \sqrt{\left| \frac{Q_2}{Q_1} \right|}.$$

Проведя преобразования, получим значение координаты X :

$$X = \frac{\sqrt{|Q_1|} X_2 - \sqrt{|Q_2|} X_1}{(\sqrt{|Q_1|} - \sqrt{|Q_2|})}. \quad (43)$$

Подстановка исходных данных позволяет вычислить координату интересующей точки: $X = -70$ м.

2.2. Задания для выполнения работы

Перед началом работы проконсультируйтесь с преподавателем, какие величины зарядов и координат вы будете задавать. Возможны следующие варианты:

- типовой (величины указаны в тексте задания);
- величины задаются преподавателем.

Задание 1. Исследование поля диполя.

Диполем называют систему из двух электрических зарядов, равных по модулю, но разных знаков. На экране при запуске программы оба заряда положительные. Для изменения величины заряда подведите курсор к правому заряду и дважды кликните левой кнопкой мыши. В появившемся окне измените значение 1 на -1 и нажмите Enter. Аналогичным способом можно менять координаты зарядов.

Таким образом, с учетом значения координат зарядов, заданных по умолчанию, получим следующие *типовые значения* координат и зарядов диполя:

$$Q_1 = 1 \text{ Кл}, X_1 = -30 \text{ м}, Q_2 = -1 \text{ Кл}, X_2 = 30 \text{ м}.$$

1.1. Анализ пространственного распределения вектора напряженности электростатического поля.

Включите режим исследования электрического поля с помощью вектора напряженности, кликнув левой кнопкой мыши на квадрате  в правой нижней части экрана. При включении режима фон квадрата становится желтым, при выключении белым.

Зажмите левую кнопку мыши и, двигая курсор по экрану, наблюдайте, как изменяются вектора напряженности. Вектор напряженности левого (положительного) заряда изображен красной стрелкой, правого (отрицательного) – синей, вектор результирующей напряженности отображается пурпурным цветом.

При этом в левой верхней части экрана приводятся координата точки экрана и величина результирующей напряженности в этой точке в формате с плавающей запятой (например, $E = 1,66\text{E}007 \text{ В/м}$ – это $E = 1,66 \cdot 10^7 \text{ В/м}$).

Если вы приближаетесь к одному из зарядов слишком близко, величина поля становится чрезмерно большой. В таком случае на экране начинает мигать красным «E >». Аналогично, при движении курсора к краю экрана поле становится очень слабым, и в этом случае появляется мигающий красный квадрат «E <». В этих двух случаях отображается голубым цветом только вектор результирующей напряженности (но его длина реальной величине поля не соответствует).

Обратите внимание, *вектор электрической напряженности поля вблизи положительного заряда всегда направлен вдоль прямой от заряда, вблизи отрицательного заряда – всегда направлен по прямой к нему. С удалением от заряда величина вектора (длина стрелки) уменьшается. Вектор результирующей напряженности получается сложением векторов напряженностей всех зарядов в системе.*

1.2. Анализ силовых линий электростатического поля.

Постройте силовую линию: выберите произвольную точку на экране и нажмите правую кнопку мыши, в окне программы отобразится тройка векторов напряженности (или голубым цветом – направление вектора напряженности в случае очень большого или малого значения напряженности). Следующую точку выберите в конце полученного результирующего вектора напряженности, нажмите правую кнопку мыши. Проведите это действие не менее пяти раз. У вас получится ломаная линия из результирующих векторов.

Выключите режим исследования электрического поля с помощью вектора напряженности, для этого нажмите кнопку . О выключении режима будет свидетельствовать смена фона с желтого на белый. Для исследования силовых линий электрического поля нажмите на кнопку . Наведите курсор мыши на один из пяти ранее построенных векторов и нажмите правую кнопку мыши, чтобы светло-зеленым цветом программа построила силовую линию. Убедитесь, что эта силовая линия и ломаная линия, составленная из векторов, достаточно хорошо совпадают.

Используя режим исследования электрического поля с помощью силовых линий, приступайте к исследованию поля. Перемещайте курсор, зажав левую кнопку мыши. При таком перемещении через текущее положение курсора в режиме реального времени будет перестраиваться силовая линия.

Изучите, как выглядят силовые линии в разных точках пространства. Зафиксируйте 2–3 линии путем нажатия правой кнопки мыши.

Обратите внимание, что *силовые линии начинаются там, где расположен положительный заряд, и заканчиваются там, где расположен отрицательный заряд. Силовую линию можно построить из векторов результирующей напряженности, если брать точки в пространстве как можно ближе друг к другу.*

1.3. Анализ пространственного распределения потенциала электростатического поля.

Выключите все режимы. Убедитесь, что цвет всех кнопок в нижней правой части экрана – белый. Если какой-либо квадрат светится желтым цветом, кликните по нему мышью, чтобы выключить соответствующий режим.

Нажмите на области с надписью: «Построить силовые линии» и «Построить эквипотенциальные поверхности». В результате программа построит множество силовых линий и эквипотенциальных поверхностей. Включите режим исследования электрического поля с помощью вектора напряженности кнопкой . Наведите курсор мыши на любое место пересечения силовых линий (зеленые линии) и эквипотенциальных поверхностей (желтые линии). Убедитесь, что *результирующий вектор напряженности (пурпурная стрелка) всегда направлен по касательной к силовой линии, а эквипотенциальные поверхности он пересекает под прямыми углами.*

Нажатием кнопок в правом нижнем углу окна программы выключите все активные режимы (цвет всех кнопок должен быть белым). Включите режим исследования электростатического поля с помощью эквипотенциальных поверхностей, для чего нажмите кнопку .

Зажмите левую кнопку мыши и перемещайте мышь, при этом будет отображаться эквипотенциальная поверхность, соответствующая положению курсора, а в верхнем левом углу будут отображаться координаты положения курсора и значение потенциала.

Проанализируйте, в какой области пространства значение результирующего потенциала отрицательное, в какой – положительное, и где потенциал равен нулю.

Зажав левую кнопку мыши, совместите курсор с несколькими эквипотенциальными поверхностями (лучше выбрать те, что подальше от зарядов) и убедитесь в том, что *эквипотенциальные поверхности отображены с равным шагом (то есть, разница потенциалов между любыми двумя соседними эквипотенциальными поверхностями постоянна)*.

1.4. Проверка выполнения теоремы Остроградского-Гаусса.

Согласно теореме Остроградского-Гаусса, поток вектора через некоторую замкнутую поверхность пропорционален суммарному электрическому заряду, заключенному внутри этой поверхности. В то же время, поток вектора напряженности пропорционален числу силовых линий, пронизывающих поверхность. Причем при подсчете числа линий, пересекающих поверхность, те линии, которые выходят из поверхности, будут добавляться к общему числу линий.

Поскольку с помощью данной программы можно анализировать только двухмерные картины распределения полей, точный расчет потока вектора электрической напряженности через замкнутую трехмерную поверхность вокруг зарядов провести нельзя. Поэтому вместо трехмерной поверхности возьмем двухмерный контур – периметр экрана.

Таким образом, чтобы проверить теорему Остроградского-Гаусса, необходимо сопоставить число силовых линий с суммарным зарядом, находящимся внутри экрана. При выполнении этого задания рассчитайте следующую величину:

$$n = \frac{N_{\text{вых}}}{Q_1}, \quad (44)$$

где $N_{\text{вых}}$ – число линий, выходящих из поверхности;

Q_1 – соответствующий заряд с учетом его знака.

Эта величина вычисляется по типовым значениям координат и зарядов для задания 1 и используется при выполнении всех заданий.

Используя рассчитанное значение n , убедитесь, что выполняется равенство

$$N_{\text{вых}} - N_{\text{вх}} = n(Q_1 + Q_2), \quad (45)$$

где $N_{\text{вх}}$ – число линий, идущих внутрь поверхности;

Q_2 – соответствующий заряд с его знаком.

Сохраните результаты исследования поля в графический файл на свой USB флэш-накопитель, для чего нажмите на кнопку , или выполните снимок экрана с помощью смартфона, чтобы в дальнейшем вставить его в отчет по работе. Затем полностью очистите экран .

Задание 2. Исследование поля, создаваемого двумя одинаковыми положительными зарядами.

В задании 2 и последующих заданиях придерживайтесь того же порядка выполнения, как в задании 1.

Типовыми значениями координат и зарядов в данном задании являются следующие значения:

$$Q_1 = 1 \text{ Кл}, X_1 = -50 \text{ м}, Q_2 = 1 \text{ Кл}, X_2 = 50 \text{ м}.$$

Задание 3. Исследование поля, создаваемого двумя одинаковыми отрицательными зарядами.

Типовыми значениями координат и зарядов в данном задании являются следующие значения:

$$Q_1 = -1 \text{ Кл}, X_1 = -50 \text{ м}, Q_2 = -1 \text{ Кл}, X_2 = 50 \text{ м}.$$

Задание 4. Исследование поля, создаваемого двумя положительными зарядами разной величины.

Типовыми значениями координат и зарядов в данном задании являются следующие значения:

$$Q_1 = 1 \text{ Кл}, X_1 = -50 \text{ м}, Q_2 = 4 \text{ Кл}, X_2 = 50 \text{ м}.$$

Задание 5. Исследование поля, создаваемого двумя отрицательными зарядами разной величины.

Типовыми значениями координат и зарядов в данном задании являются следующие значения:

$$Q_1 = -1 \text{ Кл}, X_1 = -50 \text{ м}, Q_2 = -4 \text{ Кл}, X_2 = 50 \text{ м};$$

Задание 6. Исследование поля, создаваемого двумя зарядами разных знаков и величин.

Типовыми значениями координат и зарядов в данном задании являются следующие значения:

$$Q_1 = 4 \text{ Кл}, X_1 = -20 \text{ м}, Q_2 = -2 \text{ Кл}, X_2 = 10 \text{ м}.$$

В этом задании дополнительно используйте режимы исследования поля с помощью вектора напряженности и силовых линий, чтобы изучить окрестности точки, где напряженность электрического поля обращается в ноль. Положение этой точки предварительно рассчитайте, используя материалы параграфа 2.1.6.

Полученные в результате выполнения работы данные необходимо оформить в виде отчета.

Отчет должен включать следующие структурные элементы:

1. Титульный лист.
2. Цель работы.
3. Приборы и принадлежности.
4. Физическая модель (укажите, какие рассматриваются заряды, какое пространство их окружает, есть ли посторонние поля, кроме электростатических полей самих зарядов).
5. Математическая модель (запишите следующие формулы с пояснением входящих величин: закон Кулона, потенциал точечного заряда, напряженность точечного заряда, принцип суперпозиции для силовой и энергетической характеристик электростатического поля, теорема Остроградского-Гаусса).
6. Ход работы (используйте отдельную страницу для описания каждого из 6 заданий, иллюстрируйте материал соответствующим графическим файлом или фотографией экрана, выполненной с помощью смартфона).
7. Выводы.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

При изучении теоретических основ электростатики обратите наибольшее внимание на перечисленные ниже контрольные вопросы. Законспектируйте ответы в рабочую тетрадь.

1. Определение электрического поля.
2. Закон Кулона.
3. Определение основных характеристик электростатического поля: напряженности и потенциал.
4. Формулы для расчета напряженности и потенциала точечного заряда.
5. Принцип суперпозиции для напряженности и потенциала.
6. Что такое силовая линия?
7. Что такое эквипотенциальная поверхность?
8. Что такое градиент потенциала? Какова связь между потенциалом и вектором напряженности?
9. Теорема Остроградского-Гаусса.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Савельев, И. В. Курс общей физики : в 4 т. / И. В. Савельев. – М. : КНОРУС, 2009. – Т. 2. – 576 с.
2. Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова – М. : Академия, 2006. – 560 с.
3. Детлаф, А. А. Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М. : Академия, 2009. – 720 с.
4. Наркевич, И. И. Физика / И. И. Наркевич, Э. И. Волмянский, С. И. Лобко. – Минск : Новое знание, 2004. – 679 с.
5. Демидченко, В. И. Физика / В. И. Демидченко. – Ростов-на-Дону : Феникс, 2008. – 508 с.
6. Физика. Лабораторный практикум / И. А. Хорунжий [и др.] – Мн. : ИВЦ Минфина, 2019. – Ч. 2. – 260 с.
7. Сивухин, Д. В. Общий курс физики : в 5 т. / Д. В. Сивухин. – М. : ФИЗМАТЛИТ; Изд-во МФТИ, 2009. – 656 с.
8. Иродов, И. Е. Электромагнетизм. Основные законы / И. Е. Иродов. – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009. – 319 с.
9. Калашников, С. Г. Электричество / С. Г. Калашников. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 624 с.
10. Зильберман, Г. Е. Электричество и магнетизм / Г. Е. Зильберман. – Долгопрудный : Интеллект, 2008. – 376 с.

Учебное издание

ЖОЛУДЬ Антон Михайлович
КАЧАН Светлана Михайловна
СТЕПАНОВ Максим Анатольевич

ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ МЕТОДОМ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Практикум

для студентов специальностей

6-05-0713-04 «Автоматизация технологических процессов и производств»,

6-05-0713-05 «Робототехнические системы»,

7-07-0712-01 «Электроэнергетика и электротехника»,

7-07-0712-02 «Теплоэнергетика и теплотехника»

Редактор *А. С. Козловская*
Компьютерная верстка *А. В. Степанкиной*

Подписано в печать 22.10.2025. Формат 60×84 $\frac{1}{16}$. Бумага офсетная. Ризография.

Усл. печ. л. 2,20. Уч.-изд. л. 1,39. Тираж 100. Заказ 754.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.