

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

УДК 37.016:51.004

РАЗРАБОТКА НАВИГАЦИОННЫХ КАРТ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИМ ДИСЦИПЛИНАМ БУДУЩИХ ИНЖЕНЕРОВ- ПРОГРАММИСТОВ

Пономаренко А.В., Москевич А.С.

Научный руководитель – Бадак Б.А., старший преподаватель

В современном мире навигационные технологии играют ключевую роль в различных отраслях: от повседневного использования мобильных приложений до сложных систем управления движением в авиации, морском и автомобильном транспорте. Они не только облегчают ориентацию в пространстве, но и способствуют оптимизации маршрутов, снижению затрат и повышению эффективности логистических процессов. Всё это делает навигационные системы актуальными не только в инженерной практике, но и в системе подготовки будущих специалистов, особенно в области информационных технологий.

Среди инструментов, позволяющих формализовать навигационные процессы, особое место занимает теория графов – один из важнейших разделов дискретной математики. Методы теории графов находят широкое применение в решении прикладных задачах, таких как нахождение кратчайших путей, анализ маршрутов, моделирование транспортных сетей. Использование навигационных карт, разработанных с помощью математического аппарата, включающего основные понятия, леммы, теоремы, следствия из теории графов способствуют формированию у студентов представлений о структуре пространственных данных и способах их обработки, что важно для будущих инженеров-программистов.

Граф представляет собой математическую структуру, состоящую из вершин (точек) и рёбер (линий), соединяющих некоторые пары этих вершин. В контексте навигации вершины могут соответствовать перекрёсткам, станциям, ключевым точкам маршрута, а рёбра – дорогам, железнодорожным путям или иным соединениям между ними.

Для анализа маршрутов в таких графах широко применяются алгоритмы поиска кратчайших путей. Один из наиболее известных – алгоритм Дейкстры, предложенный в 1959 году. Его суть заключается в пошаговом построении пути от начальной вершины к целевой через последовательное добавление наименее удалённых вершин. Это позволяет находить минимальные расстояния во взвешенных графах, где каждому ребру приписан свой «вес» – например, длина, время в пути или стоимость.

Другой эффективный метод – алгоритм А* (A star), который является эвристическим расширением алгоритма Дейкстры. Он также ищет кратчайший путь, но при этом использует функцию оценки (эвристику), которая приближённо предсказывает расстояние от текущей вершины до цели. Это позволяет существенно сократить количество обрабатываемых вершин, особенно в больших и сложных графах. Такой подход особенно полезен в реальных навигационных приложениях, где важны не только точность, но и скорость построения маршрута.

Помимо дискретных моделей в виде графов, важную роль в обучении математике играют непрерывные модели, основанные на математическом моделировании движения. Такие модели позволяют анализировать поведение потоков – будь то транспорт, пешеходы, грузы – в динамике, то есть с учётом времени и пространства. Это особенно актуально при изучении процессов в городских условиях, где движение зависит от множества факторов: плотности потока, фаз работы светофоров, дорожных происшествий, погодных условий и др.

Одним из наиболее распространённых подходов является макроскопическое моделирование, при котором движение большого количества объектов описывается как непрерывный поток, подобный жидкости. Это позволяет применять методы математического анализа и теории дифференциальных уравнений. Одной из таких моделей является **модель Лайтхилла–Уитема–Ричардса (LWR)**, описывающая сохранение плотности транспортного потока:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial (\rho \vartheta)}{\partial x} = 0$$

Где $\rho(x, t)$ – плотность потока (машин на единицу длины дороги);

$\vartheta(x, t)$ – скорость потока;

$\rho \vartheta$ – интенсивность движения.

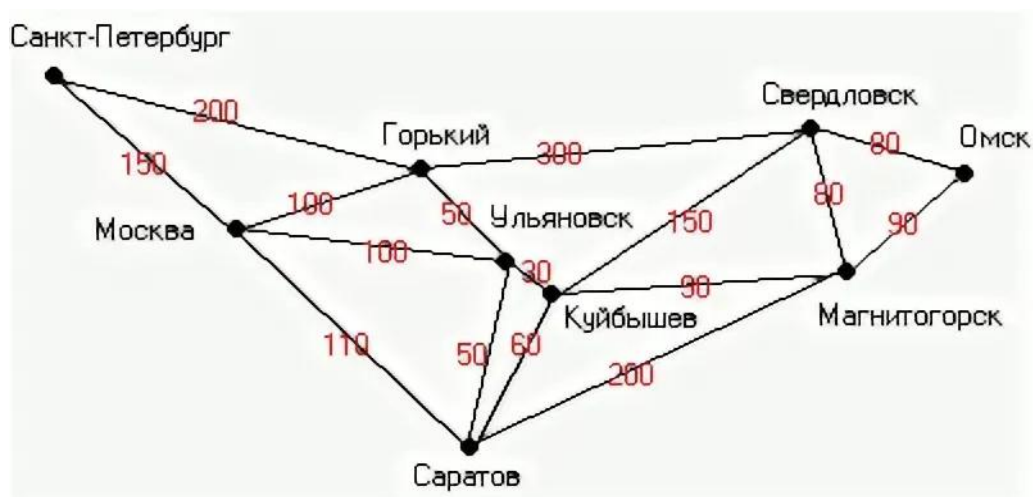
Такие модели позволяют предсказывать пробки, моделировать их распространение, оценивать среднее время в пути и оптимизировать работу светофоров. С их помощью можно, например, определить, в какой момент и в каком месте образуется затор, сколько времени потребуется для его устранения, и какие изменения в организации движения позволят его предотвратить.

Использование навигационных карт, основанных на графах и математических моделях, открывает широкие возможности в образовательном процессе. Во-первых, это способствует развитию логического мышления – обучающиеся учатся формулировать задачи в терминах математических структур, строить алгоритмы, использовать формулы и оценивать эффективность решений. Во-вторых, происходит связь теории с практикой – абстрактные математические понятия обретают

конкретное прикладное значение, что особенно важно для студентов инженерных и IT-специальностей.

Кроме того, такие задачи могут быть реализованы в виде программных проектов: студенты могут создавать приложения для построения маршрутов, симуляции движения транспорта, анализа загруженности участков. Это позволяет интегрировать обучение математике с изучением программирования, алгоритмов, структур данных и технологий визуализации, что полностью соответствует требованиям современной инженерной подготовки.

Навигационные карты являются не только инструментом в транспорте и логистике, но и эффективным средством обучения математике будущих инженеров-программистов. Их использование способствует укреплению знаний, развитию профессиональных навыков и интереса к теории и практике математики.



Литература

1. Бондаренко, С. В.: Теория графов и её приложения: учеб. пособие / С. В. Бондаренко. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2019. – 288 с. (Использован для базовых понятий теории графов: вершины, рёбра, пути.)
2. Войцеховский, С. А.: Математическое моделирование транспортных потоков / С. А. Войцеховский. – СПб. : Питер, 2018. – 224 с. (Источник по моделированию движения и применению макроскопических моделей.)
3. Курносов, А. М.: Информатизация образования и математическое моделирование // Информатика и образование. – 2022. – № 2. – С. 25–30. (Использовано при описании образовательного потенциала математического моделирования.)
4. Как работает алгоритм A* [Электронный ресурс] // Habr.com. – Режим доступа: <https://habr.com/ru/post/198266/> – Дата обращения: 01.05.2025. (Использовано при описании эвристического алгоритма A.)*