

УДК 004.8

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ НА ОСНОВЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ СВОЙСТВ ВЕСОВЫХ МАТРИЦ

Сухобоков А.А.

Научные руководители – Королева М.Н., Воюш Н.В., ст. пр.

Нейронные сети, являясь мощным инструментом машинного обучения, характеризуются высокой степенью сложности своей архитектуры и параметров. Ключевым фактором эффективности работы сети является её устойчивость, под которой понимается способность нейронной сети адекватно реагировать на малые изменения входных данных и параметров без значительного изменения выходного сигнала. Одним из эффективных методов анализа устойчивости является спектральный анализ весовых матриц, основывающийся на изучении спектральных характеристик этих матриц, таких как спектральный радиус, обусловленность и спектральная норма [1]. Эти показатели позволяют глубже понять поведение сети и обеспечить её эффективную настройку.

Рассмотрим нейронную сеть, описываемую весовой матрицей. Важнейшим понятием в спектральном анализе является спектральный радиус, определяемый как максимальное абсолютное значение собственных значений матрицы:

$$\rho(W) = \max_i |\lambda_i|$$

где λ_i – собственные значения матрицы W . Чем ближе спектральный радиус к нулю, тем менее чувствительна сеть к малым изменениям. Для обеспечения устойчивости сети с линейными активационными функциями спектральный радиус должен удовлетворять следующему условию:

$$\rho(W) < 1$$

это условие гарантирует, что при многократном применении весовой матрицы сигнал затухает, а не усиливается, предотвращая потенциальную неустойчивость сети[2].

Следующим важным понятием является число обусловленности матрицы, которое определяется отношением максимального к минимальному сингулярному числу:

$$\kappa(W) = \sigma_{\max}(W) / \sigma_{\min}(W)$$

где $\sigma_{\max}(W)$ и $\sigma_{\min}(W)$ – наибольшее и наименьшее сингулярные числа матрицы W . Число обусловленности показывает степень чувствительности выходных данных сети к изменениям входных данных. Чем выше значение числа обусловленности, тем сильнее небольшие возмущения или шумы могут искажать результат работы сети, что делает её менее устойчивой и менее надёжной в практических приложениях [3].

Третьей значимой характеристикой является спектральная норма матрицы, вычисляемая по формуле:

$$\|W\|_2 = \sqrt{\lambda_{\max}(W^T W)}$$

где $\lambda_{\max}$ – наибольшее собственное значение матрицы $W^T W$. Спектральная норма представляет собой максимальное усиление входного сигнала при его прохождении через слой нейронной сети. Чем меньше спектральная норма, тем меньше сеть склонна к чрезмерному усилению ошибок и нестабильному поведению при обработке входных данных.

Использование перечисленных спектральных характеристик позволяет детально диагностировать потенциальные проблемы устойчивости, своевременно обнаруживать узкие места в архитектуре нейронной сети и оптимизировать её параметры. Регулярный контроль спектральных свойств весовых матриц способствует повышению общей стабильности и надёжности нейронных сетей в различных сценариях их применения.

Проведенный расширенный спектральный анализ позволяет оценить устойчивость нейронных сетей. Контроль и оптимизация таких характеристик, как спектральный радиус, число обусловленности и спектральная норма, критически важны для эффективного проектирования устойчивых нейронных сетей, способных надёжно функционировать в условиях изменчивости данных и внешних возмущений.

Литература

1. Гудфеллоу, И. Глубокое обучение / И. Гудфеллоу, Й. Бенджио, А. Курвил ; пер. с англ. – М. : ДМК Пресс, 2018. – 640 с.
2. Голуб, Дж. Матричные вычисления. В 2 т. / Дж. Голуб, Ч. Ван Лоан ; пер. с англ. – М. : Мир, 1999.

3. Паскану, Р. О трудностях обучения рекуррентных нейронных сетей / Р. Паскану, Т. Миколов, Й. Бенджио // Труды ICML, 2013.

УДК 51-72

РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, ОПИСЫВАЮЩИХ ДВИЖЕНИЕ МАНИПУЛЯТОРА, С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА РУНГЕ-КУТТА 4-ГО ПОРЯДКА

Тишук А.Г., Наркович А.М.

Научные руководители –Королёва М.Н., Воюш Н.В., ст. пр.

В данной работе динамически моделируемым объектом является трехосный механический манипулятор. Рассматриваемый объект будет представлять собой разомкнутую цепь, состоящую из твердых тел: линейных звеньев, соединенных ротационными сочленениями. Они будут приводиться в движение силовыми приводами, и вращение сочленений будет передавать относительное движение звеньям. Основной целью этой работы является решение прямой задачи кинематики: определение положения и ориентации всех составных частей роботизированной системы в пространстве относительно установленной системы отсчета. Анализ будет произведен в обобщенной системе координат (элементом системы обобщенных считается величина, значение которой составляет угол между i -ым и $(i-1)$ -ым звеном, где угол первого звена определяется относительно базовой системы отсчета).

Динамическая модель звена манипулятора представлена следующим образом:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) = \tau \quad (1)$$

Где: q – угол поворота звена; $M(q)$ – матрица инерции; $\ddot{q}$ –угловое ускорение; $\dot{q}$ – угловая скорость; $C(q, \dot{q})$ – матрица Кориолисовых и центробежных сил (Кориолисова сила – мера воздействия на тело, возникающая во вращающейся системе отсчета). $G(q)$ – матрица гравитационных моментов; τ – управляющий момент приводов.

Уравнение (1) было образовано из уравнения Лагранжа II рода:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = \tau$$

Где $L=(K-P)$ – функция Лагранжа, а K – сумма кинетических энергии каждого звена

$$= \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n M_i(q) \dot{q}_i^2 \right),$$

$M_i(q)$ – упомянутая раньше матрица инерции; P – потенциальная энергия $P = \sum_{i=1}^n m_i g h_i$, h – высота до центра масс i -ого звена.