

ПРИМЕНЕНИЕ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ В АВТОМОБИЛЕСТРОЕНИИ

Фролов А.Д.

Научный руководитель – Кондратьева Н.А., ст. преподаватель

Высшая математика является одной из самых главных, «обслуживающих» дисциплин в техническом университете. С приходом на производство новых технологий, современного высокоэффективного оборудования, компьютерной техники, новых методов управления, значительно возросли требования к современному инженеру в области математического образования. После рассмотрения реальных производственных задач, которые формулируются ведущими преподавателями кафедр автотракторного факультета БНТУ и которые могут решаться с использованием математических моделей были выделены основные группы задач: задачи, решаемые методами линейного программирования и задачи с использованием дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.

1. Моделирование и симуляция. Моделирование является одним из важнейших этапов в автомобилестроении[1]. С помощью моделей можно предсказать поведение автомобиля или другого механизма приблизительно в реальных условиях. Это помогает заранее найти и устранить проблемы, которые могут возникнуть при эксплуатации. Особенно моделирование стало актуально и востребовано в последние десятилетия[2], так как технологии не стоят на месте и все автомобили и механизмы с каждым годом сложнее в конструкции.

1.1. Механика жидкости. Каждый автомобиль представляет собой механизм или систему и состоит из множества сложных узлов. Для обеспечения их лучшей работы необходимо добиться максимально удачных условий. В этом процессе играют большую роль жидкости. Они помогают охлаждать детали и узлы, подверженные высоким температурам, смазывать и снимать напряжение с высоконагруженных деталей и механизмов. Ввиду того, что жидкость во всех механизмах выполняет важную роль, необходимо проводить расчёты касающиеся её теплопроводности, давления в системе, исследовать эффективность её применения. Такие задачи позволяет решить дифференциальное уравнение Навье-Стокса, описывающее движение жидкости в любой из систем:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + (V \times \nabla)V + \frac{\nabla p}{\rho} = g + \frac{1}{\rho} \times \sigma(V).$$

1.2. Механика твердых тел. Использование механики твердых тел в автомобилестроении заключается, например, в анализе прочности жесткости кузова и других деталей. Применяются методы теории упругости и пластичности для оценки деформаций при воздействии внешних сил. В такого рода расчётах аппарат высшей математики тесно связан с физикой процессов, теоретической механикой и механикой материалов. Теоретическая механика, используя формулы и принципы высшей математики и физики, изучает движение тел, воздействие сил на него. Аппарат механики материалов изучает как силы, воздействующие на интересующий нас объект, так и результат их влияния на его свойства и функциональные возможности. Можно утверждать, что данный вид механики является одним из ключевых аспектов в автомобилестроении, так как от таких расчётов зависит функциональность и исправная работа всех комплектующих автомобиля.

2. Оптимизация. После того как выполнен этап имитационного моделирования, следующим шагом подготовки автомобильного узла является помещение его в условия симуляции. Применяя законы физики, проводятся расчёты, благодаря которым определяются параметры эффективного функционирования данной модели автомобильного узла. Проводится математическая оптимизация модели узла, где определяются значения параметров, при которых система функционирует устойчиво.

Оптимизация конструкции и процессов с применением высшей математики включает в себя использование различных математических методов и моделей для достижения лучших характеристик автомобиля: прочность, легкость, аэродинамика и экономия топлива, а также проанализировать в каких местах идёт потеря КПД или неправильное сгорание топлива и другие параметры. Возможен расчет необходимого объёма цилиндра, объёма камеры сгорания, количества подаваемого топлива, давления в смазочной и охлаждающей системах автомобиля.

К примеру, используя дифференциальные уравнения можно определить поведение автомобиля под воздействием гравитации, трения и аэродинамического сопротивления. При определенных расчётах можно выявить оптимальную форму кузова, при которой автомобиль будет устойчив на дорогах или труднопроходимой среде. Также оптимальная форма кузова помогает снизить расход топлива, что является выгодным аспектом как для обычного пользователя, так и для предприятия.

Используя высшую математику, материаловедение и сопротивление материалов можно выбрать наилучший материал как для корпуса, так и для основных деталей, что в значительной мере помогает уменьшить массу и увеличить прочность, долговечность автомобиля или механизма.

К примеру, задача оптимизации веса кузова автомобиля [2], которая включает множество факторов, таких как материалы, геометрию и нагрузки, может быть в формулировке довольно сложной.

Целевая функция, для минимизации веса груза может быть записана как:

$$\min_x W(x) = \sum_{i=1}^n p_i V_i(x),$$

где: $W(x)$ – общий вес кузова; p_i – плотность материала; V_i – объём материала i , зависящий от параметров конструкции x ; n – количество различных материалов, используемых в конструкции.

Также, для более точного решения, вводятся ограничения по жёсткости ($E(x) = E_{min}$), геометрические ($h_j(x) = 0$) и прочности ($\sigma(x) = \sigma_{max}$), где $h_j(x)$ – уравнение описывающие геометрические ограничения; $E(x)$ – расчётная жесткость конструкции; E_{min} – минимальная допустимая жесткость; $\sigma(x)$ – расчётное напряжение в конструкции; σ_{max} – максимальное допустимое напряжение.

Таким образом, задача оптимизации может быть сформулирована следующим образом:

$$\min_x W(x) = \sum_{i=1}^n p_i V_i(x),$$

при условиях:

$$\begin{aligned} \sigma(x) &\leq \sigma_{max} \\ E(x) &\geq E_{min} \\ h_j(x) &= 0. \end{aligned}$$

Оптимизация процессов автомобиля с применением высшей математики является сложной и многогранной задачей. Она охватывает широкий спектр аспектов – от проектирования и производства до эксплуатации и управления.

Литература

1. 3D моделирование в автомобильной промышленности.
Режим доступа – [<https://digitalcraft3d.com/blog/3d-modelirovanie/3d-modelirovanie-v-avtomobilnoy-promyshlennosti/>] (Дата обращения 06.05.2025).
2. Звонарев, С.В. Основы математического моделирования [Электронный ресурс]: учебное пособие для студентов вуза, обучающихся по направлению подготовки 11.03.04 – Электроника и нанoeлектроника / С.В. Звонарев; УрФУ имени первого Президента России Б.Н. Ельцина. – Екатеринбург: Издательство Уральского университета, 2019. Режим доступа: https://elar.urfu.ru/bitstream/10995/68494/1/978-5-7996-2576-4_2019.pdf.

УДК 004.8

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ НА ОСНОВЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ СВОЙСТВ ВЕСОВЫХ МАТРИЦ

Сухобоков А.А.

Научные руководители – Королева М.Н., Воюш Н.В., ст. пр.

Нейронные сети, являясь мощным инструментом машинного обучения, характеризуются высокой степенью сложности своей архитектуры и параметров. Ключевым фактором эффективности работы сети является её устойчивость, под которой понимается способность нейронной сети адекватно реагировать на малые изменения входных данных и параметров без значительного изменения выходного сигнала. Одним из эффективных методов анализа устойчивости является спектральный анализ весовых матриц, основывающийся на изучении спектральных характеристик этих матриц, таких как спектральный радиус, обусловленность и спектральная норма [1]. Эти показатели позволяют глубже понять поведение сети и обеспечить её эффективную настройку.

Рассмотрим нейронную сеть, описываемую весовой матрицей. Важнейшим понятием в спектральном анализе является спектральный радиус, определяемый как максимальное абсолютное значение собственных значений матрицы:

$$\rho(W) = \max_i |\lambda_i|$$

где λ_i – собственные значения матрицы W . Чем ближе спектральный радиус к нулю, тем менее чувствительна сеть к малым изменениям. Для обеспечения устойчивости сети с линейными активационными функциями спектральный радиус должен удовлетворять следующему условию:

$$\rho(W) < 1$$

это условие гарантирует, что при многократном применении весовой матрицы сигнал затухает, а не усиливается, предотвращая потенциальную неустойчивость сети[2].