

МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ РАЗВЕДЫВАТЕЛЬНЫХ ГРУПП: ДОКАЗАТЕЛЬСТВО СХОДИМОСТИ К ЗАДАННОЙ ТОЧКЕ

Курсанты гр. 11502124 Ю. А. Краев, гр. 11502224 И. А. Самуйлов
Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доцент Крушевский Е.А.
 Белорусский национальный технический университет
 Минск, Республика Беларусь

При постановке боевых задач на ведение разведки в тылу противника командир проводит топографическое и тактическое ориентирование подчиненных. При этом указываются: ориентиры, расстояние до них, положение и характер действий противника и наших войск, объекты для разведки, маршруты выдвижения и место сбора разведчиков после выполнения поставленной задачи. Важно, чтобы все разведчики вышли в назначенную точку сбора в назначенное им время.

Рассмотрим случай 3 разведчиков. Каждый разведчик ориентирует свой вектор скорости по направлению на заранее заданного участника разведки (в данном случае первый ориентируется на второго, второй – на третьего, а третий – на первого). Значение скорости выбирается пропорциональным расстоянию между ними и описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{\vec{r}}_1 = \lambda_1 (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \\ \dot{\vec{r}}_2 = \lambda_2 (\vec{r}_3 - \vec{r}_2) \\ \dot{\vec{r}}_3 = \lambda_3 (\vec{r}_1 - \vec{r}_3), \end{cases}$$

где константы $\lambda_i > 0$, $\vec{r}_i$ – радиусы-векторы участников ($i = \overline{1,3}$).

Полученная система может быть сведена к линейному дифференциальному уравнению 3 порядка с постоянными коэффициентами

$$\ddot{\vec{r}}_1 + (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)\ddot{\vec{r}}_1 + (\lambda_1\lambda_2 + \lambda_2\lambda_3 + \lambda_3\lambda_1)\dot{\vec{r}} = 0,$$

при этом

$$\vec{r}_2 = \vec{r}_1 - \dot{\vec{r}}_1 / \lambda_1, \quad \vec{r}_3 = \vec{r}_2 - \dot{\vec{r}}_2 / \lambda_2.$$

Характеристическое уравнение имеет вид

$$k^3 + (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)k^2 + (\lambda_1\lambda_2 + \lambda_2\lambda_3 + \lambda_3\lambda_1)k = 0.$$

Данное кубическое уравнение имеет очевидный нулевой корень, также пару комплексно сопряженных корней с отрицательной действительной частью.

Таким образом, общее решение для первого вектора имеет вид

$$\vec{r}_1(t) = \vec{A} + e^{-\nu t} \cdot \vec{B}_1(t),$$

где $\nu = 0,5(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)$, $\vec{A}$ - произвольный постоянный вектор, а $\vec{B}_1(t)$ - ограниченная вектор-функция (синусы и косинусы) с двумя произвольными постоянными внутри.

Далее, находим

$$\vec{r}_2(t) = \vec{A} + e^{-\nu t} \cdot \vec{B}_2(t),$$

$$\vec{r}_3(t) = \vec{A} + e^{-\nu t} \cdot \vec{B}_3(t),$$

где $\vec{B}_2(t), \vec{B}_3(t)$ - функции, аналогичные $\vec{B}_1(t)$.

Очевидно, что при увеличении времени t , $\vec{r}_k(t) \rightarrow \vec{A}$. Другими словами, все 3 разведчика окажутся практически рядом.

Задание начальных условий взаимного расположения разведчиков и радиуса круга, в котором они должны оказаться в момент сбора, вычисляются непосредственно из полученных формул.

В заключение отметим, что данную задачу можно решить матричным способом для произвольного числа разведчиков, однако здесь следует понимать, что в случае четного их числа характеристическое уравнение будет иметь еще 1 действительный корень, который надо исследовать на наличие убывающих собственных функций.

Литература

1. Бухгольц, Н. Н. Основы курс теоретической механики: учебное пособие для втузов: в 2 ч.: / Н. Н. Бухгольц. – 11-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2021. Ч. 1: Кинематика, статика, динамика материальной точки. – 468 с.