

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ МЕХАНИЗМА

Студент гр. 10706123 Д. А. Зубаха

Научный руководитель – ст. преп. Мышковец М. В.

Белорусский национальный технический университет

Минск, Республика Беларусь

Постановка задачи: диск 1 радиуса R катится по направляющей KL без скольжения с постоянной угловой скоростью ω_1 . В точке A к диску шарнирно прикреплен стержень 2 длиной $2R$, конец B которого скользит вдоль линии KL , рисунок 1.

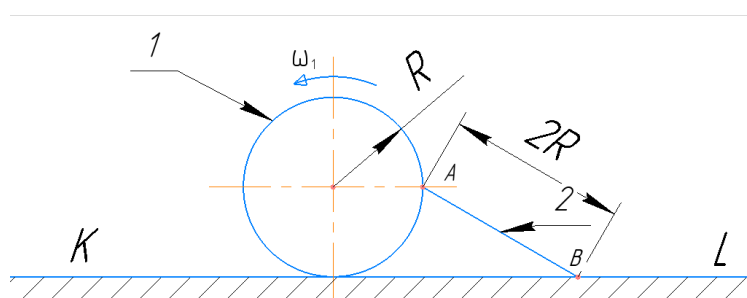
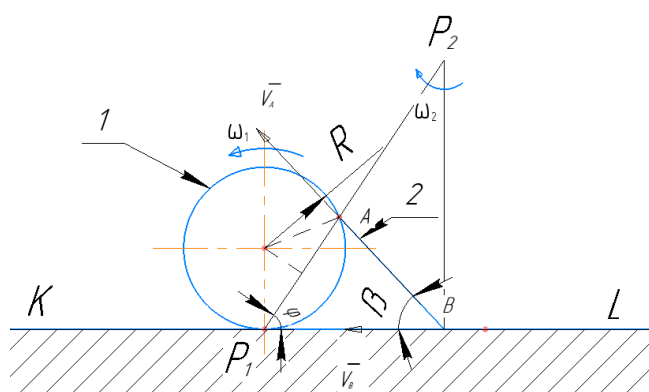


Рисунок 1 – Схема механизма

Определить угловую скорость ω_2 стержня AB , когда точка A займёт наивысшее положение.

Изобразим механизм в произвольном положении (рисунок 2).



P_1 – МЦС тела 1, P_2 – МЦС тела 2

Рисунок 2 – Расчетная схема

Угловая скорость стержня

$$\omega_2 = \frac{v_A}{P_2 A}. \quad (1)$$

Найдём $P_2 A$ из треугольника ABP_2

$$\frac{P_2 A}{\sin(90^\circ - \beta)} = \frac{AB}{\sin(90^\circ - \varphi)}$$

или

$$\frac{P_2 A}{\cos \beta} = \frac{2R}{\cos \varphi} \Rightarrow P_2 A = \frac{2R \cos \beta}{\cos \varphi}; \quad (2)$$

$$v_A = \omega_1 P_1 A = 2\omega_1 R \cos(90^\circ - \varphi) = 2\omega_1 R \sin \varphi. \quad (3)$$

Тогда, подставив в (1) выражения (2) и (3), получим

$$\omega_2 = \frac{2\omega_1 R \sin \varphi}{2R \cos \beta} \cos \varphi = 0,5 \omega_1 \frac{\sin 2\varphi}{\cos \beta}.$$

Когда точка А займёт наивысшее положение, $\varphi = 90^\circ$, а $\sin 2\varphi = 0$. Угол $\beta = 90^\circ$, таким образом, получается неопределённость $\frac{0}{0}$. Чтобы изобразить это, установим зависимость между углами β и φ .

Из треугольника ABP_1 :

$$\frac{P_1 A}{\sin \beta} = \frac{AB}{\sin \varphi}$$

или

$$\frac{2R \sin \varphi}{\sin \beta} = \frac{2R}{\sin \varphi} \Rightarrow \sin \beta = \sin^2 \varphi.$$

Тогда

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - \sin^4 \varphi} = \sqrt{(1 - \sin^2 \varphi)(1 + \sin^2 \varphi)} = \cos \varphi \sqrt{1 + \sin^2 \varphi}$$

и

$$\omega_2 = 0,5 \omega_1 \frac{\sin 2\varphi}{\cos \varphi \sqrt{1 + \sin^2 \varphi}} = 0,5 \omega_1 \frac{2 \sin \varphi \cdot \cos \varphi}{\cos \varphi \sqrt{1 + \sin^2 \varphi}} = \omega_1 \frac{2 \sin \varphi}{\sqrt{1 + \sin^2 \varphi}}.$$

При $\varphi = 90^\circ$ $\omega_2 = \frac{\omega_1}{\sqrt{2}}$.

Получаем зависимость

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{\sqrt{2}} \approx 0,7\omega_1.$$

Литература

1. Мышковец, М. В. Теоретическая механика. Кинематика [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие для студентов дневной, заочной и дистанционной форм обучения / М. В. Мышковец, В. Д. Тульев; Белорусский национальный технический университет, кафедра «Теоретическая механика». – Минск: БНТУ, 2016. – Режим доступа: <https://rep.bntu.by/handle/data/26770>.

2. Тульев, В. Д. Теоретическая механика. Статика [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие для студентов дневной, заочной и дистанционной форм обучения / В. Д. Тульев, М. В. Мышковец; Белорусский национальный технический университет, кафедра «Теоретическая механика». – Минск: БНТУ, 2013. — Режим доступа: <https://rep.bntu.by/handle/data/5030>.