

ВЛИЯНИЕ ОТНОСТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ НА ОПОРНУЮ РЕАКЦИЮ В СИСТЕМЕ ИЗ ДВУХ ТЕЛ

Студент гр. 10107323 Т. И. Беленкевич

Научный руководитель – ст. преп. Савицкая А.В.

Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь

Задача

На призму A массы m_1 положена призма B массы m_2 (рисунок 1). Пренебрегая трением, определить давление призмы A на опорную горизонтальную плоскость.

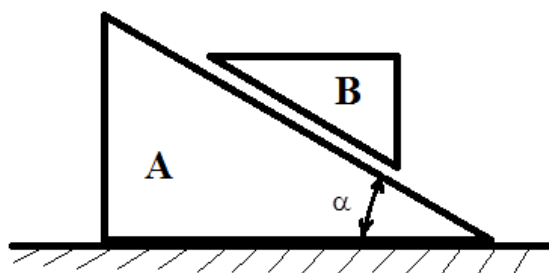


Рисунок 1. – Условие задачи

Решение

Расчетная схема для решения представлена на рисунке 2.

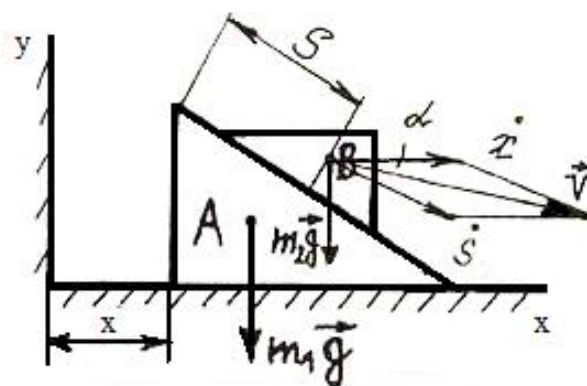


Рисунок 2. – Решение

1. Применим уравнение Лагранжа 2-го рода:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} &= Q_x; \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{s}} \right) - \frac{\partial T}{\partial s} &= Q_s; \\
T &= \frac{m_1 \dot{x}^2}{2} + \frac{m_2 (\dot{x}^2 + \dot{s}^2 + 2\dot{x}\dot{s} \cos \alpha)}{2}; \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) &= 0; \\
(m_1 + m_2) \ddot{x} + m_2 \ddot{s} \cos \alpha &= 0; \\
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{s}} \right) &= m_2 g \sin \alpha \Rightarrow \ddot{x} \cos \alpha + \ddot{s} = g \sin \alpha, .
\end{aligned}
\tag{1}$$

$$\tag{2}$$

x и s – обобщенные координаты.

Исключаем из уравнений (1) и (2) $\ddot{x}$ и получим

$$\begin{aligned}
\frac{(m_1 + m_2)(g \sin \alpha - \ddot{s})}{\cos \alpha} + m_2 \ddot{s} \cos \alpha &= 0; \\
\frac{(m_1 + m_2) g \sin \alpha}{\cos \alpha} = \ddot{s} \left(\frac{m_1 + m_2 - m_2 \cos^2 \alpha}{\cos \alpha} \right) &\Rightarrow \ddot{s} = \frac{(m_1 + m_2) g \sin \alpha}{m_1 + m_2 \sin^2 \alpha}.
\end{aligned}$$

2. Применим принцип Даламбера:

$$\begin{aligned}
\sum F_{yi} &= 0; N - (m_1 + m_2)g + m_2 \ddot{s} \sin \alpha = 0 \Rightarrow \\
N &= (m_1 + m_2)g - m_2 \ddot{s} \sin \alpha = (m_1 + m_2)g - \frac{m_2 (m_1 + m_2) g \sin^2 \alpha}{m_1 + m_2 \sin^2 \alpha} = \\
&= (m_1 + m_2)g \left(1 - \frac{m_2 \sin^2 \alpha}{m_1 + m_2 \sin^2 \alpha} \right) \Rightarrow \boxed{N = \frac{m_1 (m_1 + m_2) g}{m_1 + m_2 \sin^2 \alpha}}.
\end{aligned}$$

Литература

1. Бутенин, Н. В. Курс теоретической механики: учебное пособие / Н.В. Бутенин, Я. Л. Лунц, Д. Р. Меркин. – 14-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2023. – 732 с.
2. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах: учебное пособие: в 2 т. / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. – 14-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2023. – Т. 1: Статика и кинематика. – 672 с.