

## К ИССЛЕДОВАНИЮ ДИНАМИКИ КАТЯЩЕГОСЯ САМОУСТАНАВЛИВАЮЩЕГОСЯ КОЛЕСА

В работе рассматривается вопрос о затухании колебаний или аperiodического движения самоустанавливающегося колеса в зависимости от коэффициента увода по стабилизирующему моменту, ширины области контакта и других параметров деформируемой периферии колеса, а также скорости поступательного движения и параметров установки колеса. В отличие от известных работ и работы [1] ниже учитывается ширина области контакта. При этом задача заключается не в нахождении границ областей устойчивости в пространстве параметров, а в определении быстроты затухания динамического процесса в функции конкретных заданных значений параметров системы.

Воспользуемся известной схемой системы самоустанавливающегося колеса, приведенной, например, в [1]. Обозначим  $\theta$  — угол поворота колеса;  $e$  — вынос колеса назад;  $I$  — момент инерции системы с колесом относительно оси вращения, совпадающей с вертикальной осью шарнира;  $k$  — параметр демпфирования;  $P_2$  и  $M_3$  — соответственно боковая составляющая и момент реакции связи;  $2b$  — приведенная ширина области контакта;  $v$  — скорость поступательного движения системы с колесом.

Как известно, в таком случае уравнение динамики системы принимает вид

$$I\ddot{\theta} + k\dot{\theta} + P_2e - M_3 = 0. \quad (1)$$

В данном случае с использованием работы [2] и принятых в ней обозначений по второму варианту имеем:

$$\left. \begin{aligned} P_2 &= -f_2 \sigma_2; \\ M_3 &= -f_{10} \sigma_0 + f_{11} \vartheta_2; \\ \frac{d}{rd\varphi} (u_2 - \sigma_2) &= \vartheta_2 + \theta; \\ \frac{d}{rd\varphi} (\vartheta_2 + \theta) &= s_4 \sigma_2 - s_5 \vartheta_2; \\ \frac{d}{rd\varphi} (b\theta - \sigma_0) &= \vartheta_0; \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{d}{rd\varphi} \vartheta_0 = s_1 \bar{\sigma}_0 - s_2 \vartheta_0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

При этом

$$\frac{d}{dt} = \frac{v}{r} \frac{d}{d\varphi}; \quad u_2 = -\theta e.$$

После перехода к изображениям по Лапласу с учетом нулевых начальных условий система уравнений (1) – (2) принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} I p^2 \bar{\theta} + k p \bar{\theta} - f_{11} \bar{\vartheta}_2 - f_2 e \bar{\sigma}_2 + f_{10} \bar{\sigma}_0 &= 0; \\ -p(e \bar{\theta} + \bar{\sigma}_2) &= v(\bar{\vartheta}_2 + \bar{\theta}); \\ p(\bar{\vartheta}_2 + \bar{\theta}) &= v(s_4 \bar{\sigma}_2 - s_5 \bar{\vartheta}_2); \\ p(b \bar{\theta} - \bar{\sigma}_0) &= v \bar{\vartheta}_0; \\ p \bar{\vartheta}_0 &= v(s_1 \bar{\sigma}_0 - s_2 \bar{\vartheta}_0). \end{aligned} \quad (3)$$

Характеристическое уравнение системы (3) может быть легко найдено и преобразовано к виду

$$PL_1 \cdot PL_2 \cdot PL_5 + PL_2 \cdot PL_3 + PL_4 \cdot PL_1 = 0, \quad (4)$$

где полиномы  $PL_1, \dots, PL_5$  определяются по выражениям

$$\begin{aligned} PL_1 &= p^2 + p v s_5 + v^2 s_4; \\ PL_2 &= p^2 + p v s_2 + v^2 s_1; \\ PL_3 &= p^2 (f_{11} + f_2 e^2) / I + p e v (f_{11} s_4 + f_2 e s_5) / I + v^2 (f_{11} s_4 + f_2 e s_5) / I; \\ PL_4 &= p^2 f_{10} b / I + p f_{10} b s_2 v / I; \\ PL_5 &= p^2 + p k / I. \end{aligned} \quad (5)$$

Таким образом, характеристическое уравнение имеет шестую степень.

Алгоритм решения поставленной задачи строился из следующих соображений. Определение затухания приводит к необходимости нахождения конкретных значений действительных частей всех корней характеристического уравнения шестой степени в функции от конкретных значений параметров системы, например,  $f_{11}, b, f_1, \dots$  и т.д. Таким образом, решение этой задачи возможно лишь с помощью вычислительной машины. Алгоритм счета был реализован в виде программы на "ФОРТРАНе" для ЭВМ Минск-32.

После ввода данных с помощью специально организованных подпрограмм умножения и сложения полиномов производится формирование массива коэффициентов характеристического полинома (4). После этого производится обращение к стандартной подпрограмме SPBHN нахождения всех корней полинома по методу Берстоу–Хичкока. Далее из всех найденных корней выбирается один корень или пара комплексных корней с наибольшей действительной частью  $h$ , которой соответствует наиболее слабое затухание. Затем на печать выводятся параметры системы и соответствующее значение  $h$  вместе с мнимой частью корня, если таковая имеется.

Так как в уравнение движения входит слагаемое с множителем  $e^{ht}$ , то очевидно, что затухание имеет место, если  $h < 0$ . Если  $h > 0$ , то происходит экспоненциальное нарастание угла поворота, что свидетельствует о неустойчивости состояния  $\theta = 0$ .

Конкретные расчеты динамики системы самоустанавливающегося колеса были проведены на ЭВМ "Минск-32" при следующих данных в системе МКГСС:  $f_1 = 48000$ ;  $f_2 = 40000$ ;  $f_{11} = 100 \dots 1000$ ;  $b = 0 \dots 0,1$ ;  $s_1 = 20,5$ ;  $s_2 = 9,44$ ;  $s_4 = 30,1$ ;  $s_5 = 10,6$ ;  $I = 2,137$ ;  $k = 0 \dots 13,9$ ;  $e$ ;  $0 \dots 0,1$ ;  $v = 0 \dots 20$ .

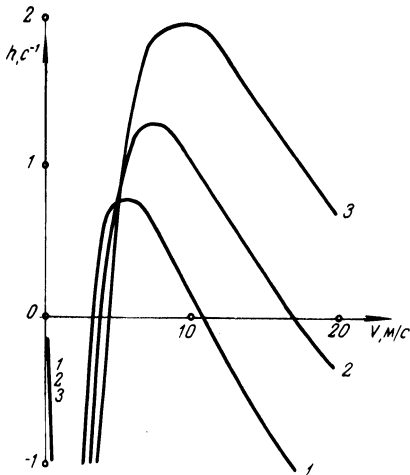


Рис. 1. Зависимость  $h(f_{11}, v)$ :  $e = 0,1$ ;  $b = 0,1$ ; 1-при  $f_{11} = 100$ ; 2 — 500; 3 — 1000 кгм; остальные параметры системы указаны в тексте.

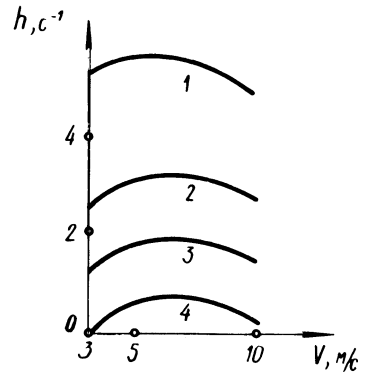


Рис.2. Зависимость  $h(b, k, v)$ :  $e = 0,1$  1-при  $b = 0$ ;  $k = 0$ ; 2 —  $b = 0,1$ ;  $k = 0$ ; 3 —  $b = 0,1$ ;  $k = 6,95$ ; 4 —  $b = 0,1$ ;  $k = 13,9$ ; остальные параметры указаны в тексте.

На рис. 1 представлены значения  $h$  в функции  $f_{11}$  и  $v$ . При этом видно, что с возрастанием коэффициента увода по стабилизирующему моменту  $f_{11}$  при сохранении остальных параметров неизменными условия работы само-

устанавливающегося колеса ухудшаются и, следовательно, необходим более мощный демпфер.

На рис. 2 представлены значения  $h$  в функции  $b$ ,  $k$  и  $v$ . Графики на этом рисунке показывают, что увеличение ширины области контакта дает возможность снизить дополнительное потребное демпфирование.

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Левин М.А. Примеры определения условий самовозбуждения автоколебаний в системах с деформируемым колесом. — В сб.: Мат-лы секции теоретической и прикладной механики. 26 научн.-техн. конф. Мн., 1970. 2. Левин М.А. Понижение порядка зависимостей для реакций связей катящегося деформируемого колеса. — ДАН БССР, 1974, № 6.

УДК 539.3

А.Е.КРУШЕВСКИЙ, О.Н.СКЛЯР

### СТРУКТУРА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ИЗГИБА УПРУГОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА

В статье [1] рассмотрен изгиб консоли в форме параллелепипеда. Идея метода, изложенного в статье, заключается в приведении решения задачи к обыкновенным дифференциальным уравнениям.

В предлагаемой статье, задача изгиба упругого параллелепипеда решается при условии точного выполнения отсутствия нагрузки на четырех боковых гранях.

Ряды аппроксимирующих функций

$$U = \sum_{m=n=0}^{m+n \leq 4} x^{2m} y^{2n} U_{2m, 2n}(z);$$

$$V = \sum_{m=n=0}^{m+n \leq 4} x^{2m+1} y^{2n+1} V_{2m+1, 2n+1}(z);$$

$$W = \sum_{m=n=0}^{m+n \leq 4} x^{2m+1} y^{2n} W_{2m+1, 2n}(z).$$

Исходя из условия отсутствия нагрузки на боковой поверхности ( $\sigma_x = \tau_{xy} = \tau_{xz} = 0$  при  $x = \pm \frac{a}{2}$ ,  $\tau_{yx} = \sigma_y = \tau_{yz} = 0$  при  $y = \pm \frac{b}{2}$ ) составляем уравнения связей. Далее исключаем из уравнений связей следующие обобщенные перемещения:  $U_{02}, U_{22}, U_{08}, V_{11}, V_{13}, V_{15}, V_{17}, V_{19}, V_{35}, V_{37}, V_{51}, V_{71}, V_{73}, V_{91}, W_{12}, W_{30}, W_{14}, W_{16}, W_{52}, W_{18}, W_{17}, W_{90}$ . Тогда вместо двадцати восьми уравнений связей получим лишь шесть уравнений неинтегрируемых связей: