

## К ВОПРОСУ САМОУСТАНОВЛИВАЕМОСТИ В СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМОМ КУЛИСНО-ТАНГЕНСНОМ МЕХАНИЗМЕ

Кулисно-тангенсный механизм получил широкое распространение в устройствах, где необходимо получить максимальный момент на кулисе в крайних положениях при постоянном усилии на ползуне. Механизм, выполненный по плоской схеме, состоит из четырех звеньев, соединенных между собой двумя вращательными и двумя поступательными кинематическими парами. Такая схема обладает тремя избыточными связями ( $q = 3$ ). Для устранения их применяют схему с одной вращательной и тремя цилиндрическими парами [1].

На рис. 1 представлена схема статически определенного механизма, в которой за счет дополнительных подвижностей цилиндрических пар избыточные связи равны 0.

В плоском варианте механизма дополнительные подвижности цилиндрических пар являются как бы резервными на случай неточности изготовления звеньев и погрешностей, появляющихся при эксплуатации механизма.

Погрешности относительного расположения кинематических пар превращают механизм в пространственный, в результате чего в направлении устраненных избыточных связей появятся дополнительные движения, которые называются движениями самоустанавливаемости, а весь механизм будет называться квазиплоским [2].

Рассмотрим влияние погрешности относительного расположения осей вращательной А и цилиндрической D пар на движения самоустанавливаемости.

Из рис. 1 следует, что неизвестными кинематическими параметрами являются: линейные —  $l_{AB}, l_{BC}, l_{CD}$ ; угловые —  $\varphi_{12}, \varphi_{23}, \varphi_{34}$ . Параметры  $l_{BC}, \varphi_{12}, \varphi_{34}$  характеризуют движения самоустанавливаемости звеньев в цилиндрических парах В, С, D.

Для определения как основных, так и дополнительных кинематических параметров механизма воспользуемся матричным методом [3]. Представим механизм в виде замкнутого пространственного контура OABCO. Положение произвольной точки М в системе координат  $X x_1 y_1 z_1$ , связанной со стойкой, определяется матричным уравнением вида

$$\begin{aligned} r_{M8} A_{87} A_{65} A_{43} A_{21} + \left\{ (r_{76} A_{65} + r_{54}) A_{43} + r_{32} \right\} A_{21} = \\ = r_{M3'} A_{3'2'} + r_{2'1'} + r_{1'1}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $r_{M8}, r_{M3'}$  — матрицы радиус-вектора точки М в системе координат  $C x_8 y_8 z_8$  и  $C x_{3'} y_{3'} z_{3'}$ ;

$r_{76} = \parallel -1_{BC} 00 \parallel$  – матрица радиус-вектора точки C в системе B  $x_6 y_6 z_6$ ;  
 $r_{54} = \parallel 00 1_{AB} \parallel$  – матрица радиус-вектора точки B в системе A  $x_4 y_4 z_4$ ;  
 $r_{32} = \parallel 1_{OA} 00 \parallel$  – матрица радиус-вектора точка A в системе O  $x_2 y_2 z_2$ ;  
 $r_{21} = \parallel 0 1_{DC} 0 \parallel$  – матрица радиус-вектора точки C в системе D  $x_1 y_1 z_1$ ;

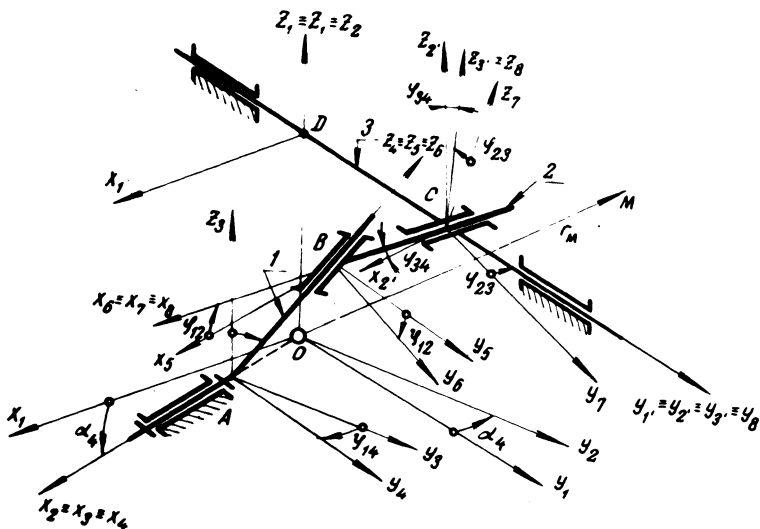


Рис. 1. Расчетная схема квазиплоского кулисно-тангенсного механизма.

$$A_{21} = \begin{vmatrix} \cos \alpha_4 & \sin \alpha_4 & 0 \\ -\sin \alpha_4 & \cos \alpha_4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{– матрица перехода от системы O } x_1 y_1 z_1 \text{ к системе A } x_2 y_2 z_2;$$

$$A_{43} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_{14} & -\sin \varphi_{14} \\ 0 & \sin \varphi_{14} & \cos \varphi_{14} \end{vmatrix} \quad \text{– матрица перехода от системы A } x_3 y_3 z_3 \text{ к системе A } x_4 y_4 z_4;$$

$$A_{65} = \begin{vmatrix} \cos \varphi_{12} & -\sin \varphi_{12} & 0 \\ \sin \varphi_{12} & \cos \varphi_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{– матрица перехода от системы B } x_5 y_5 z_5 \text{ к системе B } x_6 y_6 z_6;$$

$$A_{87} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi_{23} & \sin\varphi_{23} \\ 0 & -\sin\varphi_{23} & \cos\varphi_{23} \end{vmatrix} \text{ — матрица перехода от системы } C_{x_7y_7z_7} \text{ к системе } C_{x_8y_8z_8};$$

$$A_{32} = \begin{vmatrix} \cos\varphi_{34} & 0 & \sin\varphi_{34} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\varphi_{34} & 0 & \cos\varphi_{34} \end{vmatrix} \text{ — матрица перехода от системы } C_{x_2'y_2'z_2'} \text{ к системе } C_{x_3y_3z_3}.$$

Воспользуемся теоремой о матричном тождестве [3], тогда уравнение (1) при  $r_{m8} = r_{m3'}$  распадается на два:

$$\begin{cases} A_{87}A_{65}A_{43}A_{21} = A_{3'2'}; \\ \left\{ (r_{76}A_{65} + r_{54})A_{43} + r_{32} \right\} A_{21} = r_{2'1} + r_{1'1}. \end{cases} \quad (2)$$

Подставив в уравнение системы (2) значения соответствующих матриц, получим 12 скалярных уравнений, из которых 6 независимы. Из этих 6 уравнений определяем:

углы относительного поворота и линейные перемещения звеньев в цилиндрических парах B, C, D :

$$\varphi_{12} = \arctg \left( \frac{\operatorname{tg} \alpha_4}{\cos \varphi_{14}} \right); \quad (3)$$

$$l_{AB} = (l_{OA} - l_{OD} \operatorname{tg} \alpha_4 \operatorname{tg} \varphi_{14}) \sin^2 \varphi_{12} \operatorname{tg} \varphi_{14} + \frac{l_{OD}}{\cos \varphi_{14}} \quad (4)$$

и линейное перемещение звеньев в цилиндрической паре C и D

$$\varphi_{23} = \arctg \left( \frac{\sin \varphi_{12} \sin \varphi_{14}}{\operatorname{tg} \alpha_4} \right); \quad (5)$$

$$l_{BC} = (l_{OA} - l_{OD} \operatorname{tg} \alpha_4 \operatorname{tg} \varphi_{14}) \cos \varphi_{12}; \quad (6)$$

$$\varphi_{34} = \arctg (\sin \alpha_4 \operatorname{tg} \varphi_{14}); \quad (7)$$

$$l_{DC} = (l_{OA} - l_{OD} \operatorname{tg} \alpha_4 \operatorname{tg} \varphi_{14}) \left( \frac{\operatorname{tg} \varphi_{12}}{2 \cos \varphi_{14}} - \operatorname{tg} \alpha_4 \right) \cos \alpha_4 \cos^2 \varphi_{12} + l_{OA} \sin \alpha_4 + l_{OD} \cos \alpha_4 \operatorname{tg} \varphi_{14}. \quad (8)$$

Скорости и ускорения в направлении движений самоустанавливаемости определяем двукратным дифференцированием уравнений (3), (6) и (7):

$$\omega_{12} = \omega_{14} \frac{\operatorname{tg} \alpha_4 \sin \varphi_{14}}{\cos^2 \varphi_{14} + \operatorname{tg}^2 \alpha_4}; \quad (9)$$

$$v_{BC} = \omega_{14} \cos \varphi_{12} \left[ \frac{\operatorname{tg} \alpha_4 \operatorname{tg} \varphi_{14}}{\cos^2 \varphi_{14} + \operatorname{tg}^2 \alpha_4} (l_{OD} \operatorname{tg} \alpha_4 \operatorname{tg} \varphi_{14} - l_{OA}) - l_{OD} \frac{\operatorname{tg} \alpha_4}{\cos^2 \varphi_{14}} \right]; \quad (10)$$

$$\omega_{34} = \frac{\omega_{14} \sin \alpha_4}{\sin^2 \alpha_4 + \cos^2 \alpha_4 \cos^2 \varphi_{14}}; \quad (11)$$

$$\epsilon_{12} = \epsilon_{14} \frac{\operatorname{tg} \alpha_4 \sin \varphi_{14}}{\cos^2 \varphi_{14} + \operatorname{tg}^2 \alpha_4} + \omega_{14}^2 \operatorname{tg} \alpha_4 \cos \varphi_{14} \frac{1 + \sin^2 \varphi_{14} \operatorname{tg}^2 \alpha_4}{(\cos^2 \varphi_{14} + \operatorname{tg}^2 \alpha_4)^2}; \quad (12)$$

$$a_{BC} = \omega_{12}^2 \cos \varphi_{12} (l_{OD} \operatorname{tg} \alpha_4 \operatorname{tg} \varphi_{14} - l_{OA}) + \epsilon_{12} \sin \varphi_{12} (l_{OD} \operatorname{tg} \alpha_4 \operatorname{tg} \varphi_{14} - l_{OA}) + 2\omega_{14} \omega_{12} l_{OD} \frac{\sin \varphi_{12} \operatorname{tg} \alpha_4}{\cos^2 \varphi_{14}} - \epsilon_{14} \frac{\cos \varphi_{12}}{\cos^2 \varphi_{14}} l_{OD} \operatorname{tg} \alpha_4 - l_{OD} \operatorname{tg} \alpha_4 \omega_{14} \frac{\cos \varphi_{12} \sin^2 \varphi_{14}}{\cos^2 \varphi_{14}}; \quad (13)$$

$$\epsilon_{34} = \epsilon_{14} \frac{\sin \alpha_4}{\cos^2 \varphi_{14} \cos^2 \alpha_4 + \sin^2 \alpha_4} + \omega_{14}^2 \frac{\sin^2 \varphi_{14} \sin \alpha_4 \cos^2 \alpha_4}{(\cos^2 \varphi_{14} \cos^2 \alpha_4 + \sin^2 \alpha_4)^2}. \quad (14)$$

Рассмотрим случай, когда угол  $\alpha_4 = 0$ ;  $\varphi_{12} = 0$ ;  $\varphi_{23} = \varphi_{14}$ ;  $\varphi_{34} = 0$ ;  $l_{BC} = l_{OA}$ :

$$l_{AB} = l_{OD} / \cos \varphi_{14}; \quad (15)$$

$$l_{DC} = l_{OD} \operatorname{tg} \varphi_{14}. \quad (16)$$

Этот случай характерен для плоской схемы кулисно-тангенсного механизма, для которого движения самоустанавливаемости ( $\varphi_{12}$ ,  $\varphi_{34}$  и  $l_{BC}$ ) отсутствуют.

В квазиплоской схеме кулисно-синусного механизма, для которой погрешности относительного расположения осей не выходят за пределы полей допусков, можно принять  $\operatorname{tg} \alpha_4 \approx \sin \alpha_4 \approx \alpha_4$ ;  $\cos \alpha_4 \approx 1,0$ . Тогда уравнения (3), (4), ..., (8) по определению кинематических параметров квазиплоского механизма перепишем в виде:

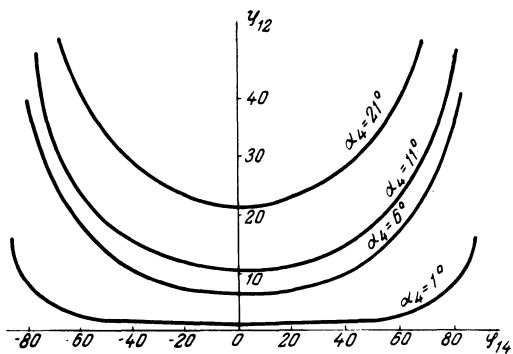


Рис. 2. График зависимости  $\varphi_{12}$  от  $\varphi_{14}$  в цилиндрической паре В.

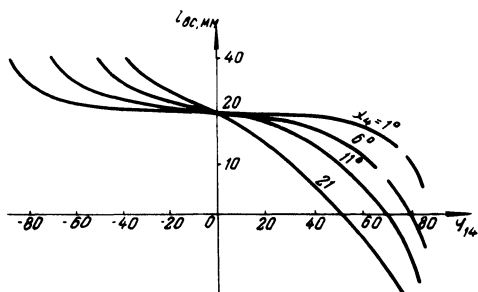


Рис. 3. График зависимости  $l_{0c}$  от  $\varphi_{14}$  в цилиндрической паре В.

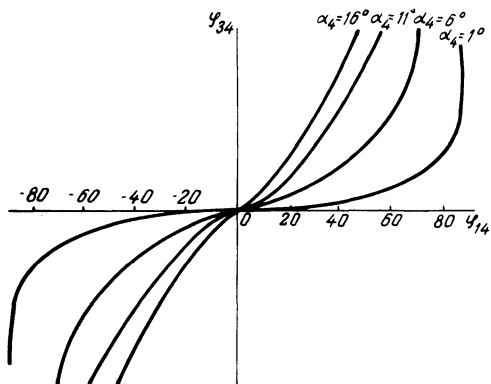


Рис. 4. График зависимости  $\varphi_{34}$  от  $\varphi_{14}$  в цилиндрической паре D.

$$\varphi_{12} = \arctg \left( \frac{\alpha_4}{\cos \varphi_{14}} \right); \quad (17)$$

$$l_{AB} = l_{BC} \sin \varphi_{12} \operatorname{tg} \varphi_{14} + \frac{l_{OD}}{\cos \varphi_{14}}; \quad (18)$$

$$\varphi_{23} = \varphi_{14};$$

$$l_{BC} = l_{OA} - l_{OD} \alpha_4 \operatorname{tg} \varphi_{14}; \quad (19)$$

$$\varphi_{34} = \arctg (\alpha_4 \operatorname{tg} \varphi_{14}); \quad (20)$$

$$l_{DC} = l_{AB} \sin \varphi_{14} - l_{BC} (\alpha_4 \cos \varphi_{14} - \sin \varphi_{12} \cos \varphi_{14}) + \alpha_4 l_{OA}. \quad (21)$$

Выведенные аналитически зависимости использованы при исследовании влияния конструктивных параметров на функцию положения ведомого звена и движения самоустанавливаемости в цилиндрических парах.

Задача решена с применением ЭЦВМ "Наири".

При составлении автокодовой программы предусмотрено варьирование постоянными параметрами, как, например,  $\alpha_4$ ,  $l_{OD}$  и  $l_{OA}$ . Угол  $\varphi_{14}$  вращения кулисы изменялся с интервалом  $10^\circ$  в пределах  $\pm 80^\circ$ .

Некоторые результаты расчетов на ЭЦВМ представлены в виде графиков на рис. 2, 3, 4, на которых изображены зависимости движений самоустанавливаемости от угла поворота кулисы при различных значениях угла  $\alpha_4$ .

Анализ проведенных исследований показал, что значительное увеличение угла  $\alpha_4$  ведет к резкому возрастанию движений самоустанавливаемости  $\varphi_{12}$ ,  $l_{BC}$ ,  $\varphi_{34}$  и вероятной потере статической определенности механизма за счет заклинивания в направлении самоустанавливаемости.

Изменение угла  $\alpha_4$  в пределах  $\pm (2^\circ \dots 4^\circ)$  практически не влияет на основные параметры механизма ( $l_{AB}$ ,  $l_{DC}$ ). Поэтому рекомендуется эти параметры определять по плоской схеме механизма, так как погрешность расчетов не превышает допустимых значений, а параметры движений самоустанавливаемости — из квазиплоской схемы механизма. Из условий самоустанавливаемости звеньев угол поворота кулисы рекомендуется выбирать в пределах  $\pm 60^\circ$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Решетов Л.Н. Конструирование рациональных механизмов. Издание второе. — М., 1972.
2. Кудин В.В. Некоторые особенности решения задачи по нахождению функций положения звеньев статически определенных механизмов. — Изв. вузов. Машиностроение, 1972, № 3.
3. Брат В. Матричный метод исследования точности пространственных механизмов с низшими кинематическими параметрами. — В сб.: Анализ и синтез механизмов. М., 1969.