Из анализа уравнений (9) следует, что после переходного периода по координатам θ и ξ устанавливается движение с параметрами

$$\left.\begin{aligned} \dot{\theta} &= \frac{u(u-1)M_0}{fI_м((u-1)^2 I_м^{-1} + I_{р.м}^{-1}} ; \\ \dot{\xi} &= \frac{u M_0}{fI_{р.м}((u-1)^2 I_м^{-1} + I_{р.м}^{-1}} . \end{aligned}\right\} \quad (10)$$

В течение всего переходного периода соотношение скоростей $\dot{\theta}$ и $\dot{\xi}$ сохраняется постоянным

$$\dot{\theta} / \dot{\xi} = (u-1) I_{р.м} I_м^{-1} = const.$$

Движение по координате η происходит в соответствии с уравнением

$$\dot{\eta} = M_0 f^{-1} (1 - e^{-fu^{-2}((u-1)^2 I_м^{-1} + I_{р.м}^{-1})t}). \quad (11)$$

Здесь выражение $I_{пр} = -fu^{-2}((u-1)^2 I_м^{-1} + I_{р.м}^{-1})$ является моментом инерции системы, приведенным к координате η, причем $I_{пр} \neq const$.

Таким образом, в переходный период рассматриваемая система эквивалентна системе с одной степенью свободы.

УДК 629.78

В.Е. МАРКОВ

ПАРАМЕТРЫ РАЗГОНА ГРАВИЛЕТА ПРИ РАДИАЛЬНОМ И КАСАТЕЛЬНОМ УСКОРЕНИИ

В работах [1...4], рассматривающих задачу разгона космического аппарата /КА/ по гравилетному принципу, управление геометрией масс КА осуществляется таким образом, что гравилетное ускорение является радиальным. В этом случае в процессе разгона КА перицентрическое расстояние непрерывно уменьшается. Это накладывает ограничения на параметры исходной орбиты. Представляет интерес рассмотреть такое управление, при котором не происходит уменьшение высоты перицентра. Одним из таких управлений является разгон КА при касательном гравилетном ускорении.

В дальнейшем использованы следующие обозначения: M, A, B, C — масса и главные центральные моменты инерции КА; ψ — угол, определяющий положение КА в плоскости орбиты относительно радиус-вектора $\vec{r}$ его центра масс; ν – истинная аномалия; ω – аргумент перицентра; φ – полярный угол; e – эксцентриситет орбиты центра масс КА; ρ – безразмерное расстояние центра масс КА до притягивающего центра; p, V, h – безразмерные параметр орбиты, скорость и механическая энергия центра масс; τ-безразмерное время, определяемое по формуле $\tau = \left(\frac{\mu}{r_0^3}\right)^{1/2} t$, в которой μ– гравитационный параметр. Безразмерная величина определяется как отношение размерной величины к ее начальному значению. Схема КА принята плоской ($B = A + C = I$). Оси с моментами инерции A и C лежат в плоскости орбиты КА. Угол ψ отсчитывается против часовой стрелки от радиус-вектора r до оси с моментом инерции C.

Рассмотренные в [1...4] программы изменения моментов инерции и углового положения КА близки по интенсивности разгона. Параметры раскручивающейся спирали достаточно точно определяются по формулам

$$\rho = \frac{1}{1 + e\cos(\varphi - \omega)}\ ;\ e = \frac{\varepsilon_0}{2}\sqrt{1+\varphi^2}\ ;\ \mathrm{tg}\,\omega = -\frac{1}{\varphi}\ ;\ \varepsilon_0 = \frac{3I_0}{2Mr_0^2}\ .$$

Если спираль разгона заменить соответствующими эллипсами с постоянным эксцентриситетом, то время прохождения n витков может быть определено по следующей асимптотической формуле ($e_0 \simeq 0$):

$$\tau_n = \frac{2\pi n}{\sqrt{1-(\pi\varepsilon_0 n)^2}}\ ,\ n = \frac{e}{\pi\varepsilon_0}\ . \tag{1}$$

В табл. 1 представлены численные результаты по формулам (1) для степени удаления апоцентра $\rho = 1{,}5$ при движении КА вокруг Земли и Луны. Протяженность КА характеризуется полудлиной l. Учтено, что в процессе разгона аппарат должен находиться вне пределов практически учитываемой атмосферы. Для Земли $H_{атм} \simeq 200$ км, для Луны $H_{атм} = 0$.

Рассмотрим случай, когда гравилетное ускорение является касательным к орбите КА. Величина безразмерного ускорения f и программа изменения угла ψ могут быть определены следующим образом:

$$\begin{cases} f = \dfrac{3}{2\rho^4}\,\dfrac{A-C}{Mr_0^2}\,\dfrac{(1+2e\cos\nu+e^2)^{1/2}}{1+e\cos\nu}\sin^2\psi\ ; \\[2ex] \psi = \mathrm{arctg}\left\{\dfrac{1}{2-\beta}\left[\sqrt{(1+\beta)(2-\beta)+\left(\dfrac{e\sin\nu}{1+e\cos\nu}\right)^2} + \dfrac{e\sin\nu}{1+e\cos\nu}\right]\right\}\ . \\[2ex] \beta = \dfrac{A}{A-C}\ . \end{cases} \tag{2}$$

Таблица 1.

	Земля			Луна		
l, км	600	300	10	600	300	10
r_0, км	$9{,}70\cdot10^3$	$9{,}30\cdot10^3$	$8{,}91\cdot10^3$	$3{,}25\cdot10^3$	$2{,}85\cdot10^3$	$2{,}46\cdot10^3$
ε_0	$5{,}74\cdot10^{-3}$	$1{,}56\cdot10^{-3}$	$1{,}89\cdot10^{-6}$	$5{,}11\cdot10^{-2}$	$1{,}66\cdot10^{-2}$	$2{,}47\cdot10^{-5}$
n	18,5	67,9	$5{,}61\cdot10^4$	2,08	6,39	$4{,}29\cdot10^3$
t, сутки	2,16	7,44	$5{,}77\cdot10^3$	0,425	1,07	$5{,}80\cdot10^2$

Таблица 2.

	Земля			Луна		
l, км	600	300	10	600	300	10
n	9,18	33,8	$2{,}79\cdot10^4$	1,03	3,17	$2{,}14\cdot10^3$
t, сутки	1,45	5,00	$3{,}88\cdot10^3$	0,286	0,721	$3{,}91\cdot10^2$

Формула (2) получена в [5] для предельного случая $C=0$, $A=Ml^2$. Имея в виду этот случай, (2) перепишем в виде

$$f = \frac{\varepsilon}{\rho^4}\,\Phi(e,\nu);\quad \varepsilon = \frac{3}{2}\frac{l^2}{r_0^2};\quad \Phi(e,\nu) = \frac{(1+2e\cos\nu+e^2)^{1/2}}{1+e\cos\nu}\sin2\psi. \tag{3}$$

При $e \leqslant 1$, $0{,}89 < \Phi(e,\nu) \leqslant 2$. Учитывая, что нижняя граница для $\Phi(e,\nu)$ близка к единице, примем следующую программу для l:

$$l^2 = \frac{l_0^2}{\Phi(e,\nu)}\,.$$

Тогда из (3) следует, что

$$f = \frac{\varepsilon_0}{\rho^4};\quad \varepsilon_0 = \frac{3}{2}\frac{l_0^2}{r_0^2}\,. \tag{4}$$

Для определения параметров разгона воспользуемся известными результатами для постоянного касательного ускорения [4]. Запишем уравнение движения центра масс КА в проекции на касательную

$$\frac{dV}{d\tau} = f - \frac{\cos\alpha}{\rho^2}, \tag{5}$$

в котором α – угол между радиус-вектором $\vec{r}$ и скоростью движения центра масс КА. Запишем также уравнения для оскулирующих безразмерных переменных h и p:

$$\frac{dh}{d\tau} = fV; \quad \frac{dp}{d\tau} = \frac{2fp}{V}; \quad h = \frac{V^2}{2} - \frac{1}{\rho} . \tag{6}$$

Как следует из указанных результатов, при достижении параболической скорости $(\frac{dV}{d\tau})_* = 0$. Тогда из (5) с учетом (4) получаем, что в конце разгона $\cos\alpha_* = \frac{\varepsilon_0}{\rho_*^2}$, т.е. при начальной орбите, близкой к круговой, разгон КА происходит практически по раскручивающейся круговой спирали. В этом случае можно принять $p \simeq \rho$; $V^2 \simeq \frac{1}{\rho}$. Тогда из (6) можно получить формулы для τ_n и n в зависимости от ρ:

$$\tau_n = \frac{\rho^{7/2} - 1}{7\varepsilon_0}; \quad n = \frac{\rho^2 - 1}{8\pi\varepsilon_0} . \tag{7}$$

В табл. 2 приводятся результаты расчета по формулам (7) для $\rho = 1{,}5$ и при тех же исходных данных, что и в табл. 1.

Из сравнения табл. 1 и 2 видно, что разгон КА для одного и того же ε_0 при касательном способе происходит интенсивнее, чем при радиальном примерно в 1,5 раза. Отметим, что полученные численные результаты соответствуют случаю, когда вся масса КА используется для создания гравилетного ускорения. В реальном случае необходимо учитывать поправочный коэффициент. Например, в [2] этот коэффициент равен 0,45. Можно показать, что при $e_0 \neq 0$ при касательном способе эксцентриситет монотонно увеличивается, т.е. возможно достижение параболической скорости. Однако соответствующее время разгона, так же как и для радиального случая, очень велико. По-видимому, гравилетный способ будет использоваться для относительно небольших радиальных перемещений крупногабаритных КА.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белецкий В.В., Гиверц М.Е. О движении пульсирующей системы в гравитационном поле. – Космические исследования, 1967, № 6, т. 5. 2. Донов А.Е. Теория полета гравитолета. – Космические исследования, 1971, № 3, т.9. 3. Марков В.Е. О выборе программы изменения геометрии масс гравитолета. – В сб.: Проблемы механики управляемого движения. Пермь, 1974, вып. 6. 4. Белецкий В.В. Очерки о движении космических тел. Изд. 2-е. – М., 1977. 5. Холшевников К.В., Марков В.Е. О стабилизации высоты перицентра. – Космические исследования, 1975, № 2, т. 13.