где $\ddot{\xi}^{*}_{max}$, $\ddot{\xi}^{**}_{max}$ – максимум ускорений, полученных по линейной и нелинейной теориям.

Результаты расчета для сравнения максимальных ускорений, полученных обработкой экспериментальных данных, приведены в табл. 3.

ЛИТЕРАТУРА

1. Залесов В.Н., Шульман В.Х., Филиппова Н.Н. К оценке влияния нелинейности антиударной амортизации на ее эффективность и энергоемкость. – Изв. АН БССР. Сер. физико-энергетических наук, 1973, № 3. 2. Найденко С.К., Петров П.П. Амортизация судовых двигателей. – Л., 1962.

УДК 531.3

Л.А. БОРИСЕНКО, А.А. ЮРЕВИЧ

ДИНАМИКА ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В СИСТЕМЕ С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

Рассмотрим систему, включающую электродвигатель, маховик и рабочую машину, установленные соосно и кинематически связанные дифференциальным механизмом (рис. 1).

Введем обобщенные координаты θ и ξ. Координата η задается уравнением

$$\eta = (\xi + \theta \ (u - 1))u^{-1},$$

где u – передаточное отношение обращенного механизма.

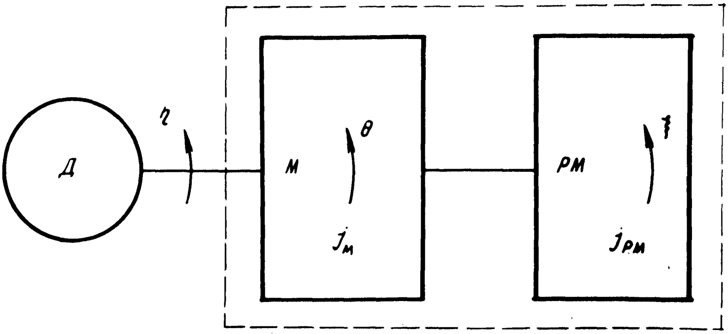

Рис. 1. Динамическая система.

Допустим, что момент инерции двигателя $I_д$ мал по сравнению с моментом инерции маховика $I_м$ и моментом инерции $I_{р.м}$ рабочей машины, приведенным к координате ξ.

Кинетическая энергия такой системы

$$T = 0{,}5 I_м \dot{\theta}^2 + 0{,}5\, I_{р.м} \dot{\xi}^2 ,$$

а уравнения Лагранжа второго рода имеют простой вид

$$\left.\begin{aligned} I_м \ddot{\theta} &= Q_\theta \; ; \\ I_{р.м} \ddot{\xi} &= Q_\xi \, . \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Определим обобщенные силы Q_θ и Q_ξ, предполагая, что пуск осуществляется без рабочей нагрузки $M_c = 0$, а характеристика электродвигателя представлена линейной зависимостью

$$M_д = M_0 - f\dot{\eta} = M_0 - f(\dot{\xi} + \dot{\theta}\,(u-1))u^{-1} .$$

Тогда получим

$$Q_\xi = M_0 u^{-1} - f\dot{\xi} u^{-2} - f\dot{\theta}\,(u-1)u^{-2};$$

$$Q_\theta = M_0 (u-1) u^{-1} - f\dot{\xi}(u-1)u^{-2} - f\dot{\theta}\,(u-1)^2 u^{-2}.$$

Движение системы описывается неоднородными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами.

Перепишем систему (1) в виде системы первого порядка

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= a_1 x + b_1 y + d_1 \; ; \\ \frac{dy}{dt} &= a_2 x + b_2 y + d_2 \, . \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Здесь обозначено

$$\frac{dx}{dt} = \ddot{\theta} \;,\quad x = \theta \;,\quad \frac{dy}{dt} = \ddot{\xi} \,,\; y = \dot{\xi} \;;$$

$$a_1 = -f(u-1)^2 u^{-2} I_м^{-1} \;;$$

$$b_1 = -f(u-1)u^{-2} I_м^{-1} \;;$$

$$d_1 = M_0 (u-1)\, u^{-1} I_м^{-1} \;;$$

$$a_2 = -f(u-1)u^{-2} I_{р.м}^{-1} \;;$$

$$b_2 = -f u^{-2} I_{р.м}^{-1} \;;$$

$$d_2 = M_0 u^{-1} I_{р.м}^{-1} .$$

Рассмотрим соответствующую однородную систему

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= a_1x + b_1y\,; \\ \frac{dy}{dt} &= a_2x + b_2y\,. \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Определитель системы $a_1b_2 - a_2b_1 = 0$. В таком случае систему (3) можно переписать в виде

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= a_1x + b_1y\,; \\ \frac{dy}{dt} &= \lambda(a_1x + b_1y)\,. \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Общее решение такой системы, как известно, дается уравнениями

$$\begin{aligned} x' &= b_1c_1 + C_2e^{rt}\,; \\ y' &= -a_1C_1 + \lambda C_2e^{rt}\,, \end{aligned} \qquad (5)$$

где C_1, C_2 – неизвестные постоянные; $r = a_1 + \lambda b_1$; $\lambda = a_2/a_1$.

Общее решение исходной неоднородной системы (2) представляется суммой найденного общего решения однородной системы и частного решения неоднородной, которое, как известно, представляется в данном случае уравнениями

$$\left.\begin{aligned} \dot{\overline{X}} &= b_1r^{-1}(d_1\lambda - d_2)\,t - r^{-2}(a_1d_1 + b_1d_2)\,; \\ \overline{y} &= \lambda\,\overline{x} + (d_2 - \lambda d_1)\,t. \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Таким образом, общее решение системы (2) имеет следующий вид:

$$\left.\begin{aligned} x &= b_1C_1 + C_2\,e^{rt} + b_1r^{-1}(d_1\lambda - d_2)\,t - r^{-2}(a_1d_1 + b_1d_2)\,; \\ y &= -a_1C_1 + \lambda C_2e^{rt} + \lambda b_1r^{-1}(d_1\lambda - d_2)\,t - \\ &\quad - \lambda r^{-2}(a_1d_1 + b_1d_2) + (d_2 - \lambda d_1)\,t. \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Из начальных условий $t = 0$, $x = 0$, $y = 0$ отыщем C_1 и C_2

$$\begin{aligned} b_1C_1 + C_2 &= r^{-2}(a_1d_1 + b_1d_2)\,; \\ -a_1C_1 + \lambda C_2 &= \lambda r^{-2}(a_1d_1 + b_1d_2)\,; \end{aligned}$$

$$C_1 = \frac{\lambda r^{-2}(a_1 d_1 + b_1 d_2) - \lambda r^{-2}(a_1 d_1 + b_1 d_2)}{b_1 \lambda + a_1} = 0;$$

$$C_2 = \frac{b_1 \lambda r^{-2}(a_1 d_1 + b_1 d_2) + a_1 r^{-2}(a_1 d_1 + b_1 d_2)}{b_1 \lambda + a_1} =$$

$$= (a_1 d_1 + b_1 d_2) r^{-2}.$$

Подставим найденные значения C_1 и C_2 в систему (7)

$$\begin{aligned} x &= r^{-2}(a_1 d_1 + b_1 d_2) e^{rt} + b_1 r^{-1}(d_1 \lambda - d_2) t - \\ &- r^{-2}(a_1 d_1 + b_1 d_2); \\ y &= \lambda r^{-2}(a_1 d_1 + b_1 d_2) e^{rt} + \lambda b_1 r^{-1}(d_1 \lambda - d_2) t - \\ &- \lambda r^{-2}(a_1 d_1 + b_1 d_2) + (d_2 - \lambda d_1). \end{aligned} \qquad (8)$$

Вычислим постоянные коэффициенты в уравнениях (8):

$$\lambda = a_2 \; a_1 = I_м (u-1)^{-1} I^1_{р.м};$$

$$d_2 - \lambda d_1 = 0;$$

$$r = a_1 + \lambda b_1 = -fu^{-2}((u-1)^2 I_м^{-1} + I_{р.м}^{-1});$$

$$a_1 d_1 + b_1 d_2 = -f(u-1) M_0 u^{-3} I_м^{-1}((u-1)^2 I_м^{-1} + I_{р.м}^{-1});$$

$$r^{-2}(a_1 d_1 + b_1 d_2) = -f^{-1}(u-1) u M_0 I_м^{-1}((u-1)^2 I_м^{-1} + I_{р.м}^{-1})^{-1};$$

$$\lambda r^{-2}(a_1 d_1 + b_1 d_2) = -u M_0 f^{-1} I_{р.м}^{-1}((u-1)^2 I_м^{-1} + I_{р.м}^{-1})^{-1}.$$

Произведя подстановку и преобразовав уравнения (8), получим решение в окончательном виде

$$\left.\begin{aligned} \theta &= \frac{(u-1)\, u M_0}{f I_м((u-1)^2 I_м^{-1} + I_{р.м}^{-1})} \left(1 - e^{-fu^{-2}((u-1)^2 I_м^{-1} + I_{р.м}^{-1}) t}\right); \\ \xi &= \frac{u M_0}{f I_{р.м}((u-1)^2 I_м^{-1} + I_{р.м}^{-1})} \left(1 - e^{-fu^{-2}((u-1)^2 I_м^{-1} + I_{р.м}^{-1}) t}\right) \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

Из анализа уравнений (9) следует, что после переходного периода по координатам θ и ξ устанавливается движение с параметрами

$$\left.\begin{aligned} \dot{\theta} &= \frac{u(u-1)M_0}{fI_м((u-1)^2 I_м^{-1} + I_{р.м}^{-1}}\,; \\ \dot{\xi} &= \frac{u\,M_0}{fI_{р.м}((u-1)^2 I_м^{-1} + I_{р.м}^{-1}}\,. \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

В течение всего переходного периода соотношение скоростей $\dot{\theta}$ и $\dot{\xi}$ сохраняется постоянным

$$\dot{\theta}/\dot{\xi} = (u-1) I_{р.м} I_м^{-1} = \text{const}.$$

Движение по координате η происходит в соответствии с уравнением

$$\dot{\eta} = M_0 f^{-1}\left(1 - e^{-fu^{-2}((u-1)^2 I_м^{-1} + I_{р.м}^{-1})t}\right). \qquad (11)$$

Здесь выражение $I_{пр} = -fu^{-2}((u-1)^2 I_м^{-1} + I_{р.м}^{-1})$ является моментом инерции системы, приведенным к координате η, причем $I_{пр} \neq \text{const}$.

Таким образом, в переходный период рассматриваемая система эквивалентна системе с одной степенью свободы.

УДК 629.78

В.Е. МАРКОВ

ПАРАМЕТРЫ РАЗГОНА ГРАВИЛЕТА ПРИ РАДИАЛЬНОМ И КАСАТЕЛЬНОМ УСКОРЕНИИ

В работах [1...4], рассматривающих задачу разгона космического аппарата /КА/ по гравилетному принципу, управление геометрией масс КА осуществляется таким образом, что гравилетное ускорение является радиальным. В этом случае в процессе разгона КА перицентрическое расстояние непрерывно уменьшается. Это накладывает ограничения на параметры исходной орбиты. Представляет интерес рассмотреть такое управление, при котором не происходит уменьшение высоты перицентра. Одним из таких управлений является разгон КА при касательном гравилетном ускорении.

В дальнейшем использованы следующие обозначения: M, A, B, C — масса и главные центральные моменты инерции КА; ψ — угол, определяющий поло-