Действительно, увеличение зоны вмятины ξ связано с отрицательным приращением силового параметра g

$$g = -\frac{2\pi b^2(1-\varepsilon)}{(1+a)\,[3(1-a^2)+b^2+2\pi(1+a)]}\xi\,.$$

4. Таким образом, полученные результаты вполне согласуются с тем, что одной и той же критической (для оболочки – верхней) нагрузке соответствуют различные формы выпучивания, однако в соответствии с п. 3 выпучивание будет происходить с появлением вмятин в узкой полосе поверхности оболочки, а затем – стремительному нарастанию количества и размеров вмятин.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вольмир А.С. Устойчивость упругих систем. – М., 1963. 2. Упругие оболочки/ Под ред. Э.И.Григолюка. – М., 1963.

УДК 621.721 + 621.035

Н.Н.БУТКЕВИЧ, И.Д.БУШИЛО

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛАХ МЕТОДОМ ФОТОУПРУГОСТИ

Изучение температурных напряжений с помощью оптически-чувствительных материалов осуществляется путем моделирования. Основная задача моделирования – установление области подобия, подбор и выполнение для этой области соответствующих критериев подобия. Постановка модельных экспериментов должна удовлетворять критериям подобия, полученным на основе теории подобия и анализа размерностей, а в случае использования оптически-чувствительных материалов дополнительным условиям, состоящим в подборе материала модели с необходимыми физико-механическими и оптическими свойствами.

Для моделирования температурных напряжений в однородных материалах при учете подобия граничных условий и геометрии необходимо выполнение следующих критериев подобия:

I. При стационарном тепловом режиме

$$\frac{\alpha l}{\lambda} = \text{idem} \ (Bi - \text{критерий Био})\,;$$

$$\alpha E\Delta T = \text{idem} \ (\text{деформационный критерий})\,.$$

II. При нестационарном тепловом режиме

$$\frac{a\Delta\tau}{l^2} = \text{idem (Fo — критерий Фурье)};$$

$$\alpha E \Delta T = \text{idem (деформационный критерий)}.$$

Здесь α – коэффициент теплового расширения; E – модуль упругости; λ – коэффициент теплопроводности; a – коэффициент температуропроводности; l – характерный размер; $\Delta\tau$ – промежуток времени протекания процесса; ΔT – период температур во времени.

При моделировании температурных напряжений в композиционных материалах, кроме условий I и II, необходим правильный подбор пары контактирующих слоев. Особенность моделирования напряжений в композиционных материалах состоит в том, что на границе слоев композита возникает скачок напряжений из-за различия в физико-механических и теплофизических свойствах материалов [1].

Пусть композит модели (M) и натуры (H) состоит из n разнородных слоев, отличающихся между собой физико-механическими и теплофизическими характеристиками, входящими в состав критериев I и II

$$\begin{array}{l} \alpha_1 \ldots\ldots \alpha_n \\ E_1 \ldots\ldots E_n \\ \lambda_1 \ldots\ldots \lambda_n \\ a_1 \ldots\ldots a_n \quad M \end{array} \quad \text{и} \quad \begin{array}{l} \alpha_1 \ldots\ldots \alpha_n \\ E_1 \ldots\ldots E_n \\ \lambda_1 \ldots\ldots \lambda_n \\ a_1 \ldots\ldots a_n \quad H \end{array}$$

Условия подобия теплового и деформационного процесса в i-м слое для стационарного и нестационарного режима соответственно будут

$$\text{III.} \quad \left(\frac{\alpha l}{\lambda}\right)_i = \text{idem};$$

$$(\alpha E \Delta T)_i = \text{idem}; \tag{1}$$

$$\text{IV.} \quad \left(\frac{a\Delta\tau}{l^2}\right)_i = \text{idem};$$

$$(\alpha E \Delta T)_i = \text{idem}.$$

К (1) прибавляются условия, учитывающие взаимодействие соседних слоев (i-го и i + 1-го),

$$\text{V} \quad \frac{\left(\frac{\alpha l}{\lambda}\right)_i}{\left(\frac{\alpha l}{\lambda}\right)_{i+1}} = \text{idem}; \quad \frac{(\alpha E)_i}{(\alpha E)_{i+1}} = \text{idem};$$

$$\frac{\left(\frac{a\Delta\tau}{l^2}\right)_i}{\left(\frac{a\Delta\tau}{l^2}\right)_{i+1}} = \text{idem}; \qquad \frac{(\alpha E)_i}{(\alpha E)_{i+1}} = \text{idem}. \tag{2}$$

Для упрощения дальнейших рассуждений воспользуемся теоремой о соотношении критериев подобия [2] и преобразуем выражения (1) и (2), разделив соответственно в режимах III и IV деформационный критерий на критерий Bi и Fo.

Получим для условия V $\left(\frac{E\lambda\Delta T}{l}\right)_i = \text{idem}$;

для условия VI $\left(\frac{\alpha E l^2}{a} V\right)_i = \text{idem}$.

Здесь $V = \frac{\Delta T}{\Delta\tau}$ — скорость нагрева (охлаждения) в данном температурно-временном интервале.

Заменим отношения сходственных характеристик модели и натуры индикаторами К

$$\frac{\alpha_м}{\alpha_н} = K_\alpha ; \quad \frac{E_м}{E_н} = K_E ; \quad \frac{\lambda_м}{\lambda_н} = K_\lambda ; \quad \frac{a_м}{a_н} = K_a; \quad \frac{\Delta T_м}{\Delta T_н} = K_{\Delta T} ; \quad \frac{V_м}{V_н} = K_V.$$

Тогда условия подобия в индикаторах в i-м слое запишутся в следующем виде

$$\begin{aligned} &\text{VII.} \quad \left(\frac{K_E K_\lambda K_{\Delta T}}{K_l}\right)_i = 1; \\ &\text{VIII.} \quad \left(\frac{K_E K_\alpha K_l^2}{K_a} K_V\right)_i = 1. \end{aligned} \tag{3}$$

При соблюдении условий (3) условия (2) выполняются автоматически.

Выражения (3) дают условия моделирования температурных напряжений при стационарном и нестационарном тепловых режимах. Рассмотрим возможность выполнений этих условий при заданных K_E, K_λ, K_α и K_a .

Пусть материал модели — эпоксидный компаунд на основе ЭД-20М, материал натуры — среднелегированная сталь.

Тогда

$$K_E = 5\cdot10^{-3} ; \qquad K_\lambda = 0{,}36\cdot10^{-2} ;$$

$$K_\alpha = 10; \qquad K_a = 0{,}5\cdot10^{-2} .$$

Индикаторы K_E, K_λ, K_α, K_a вычислены по данным [3, 4], усредненным по интервалам 20...100°С для ЭД-20 и 200...700°С для стали.

Подставляя численные значения K в VII, получим

$$\left(K_E K_\lambda \frac{K_{\Delta T}}{K_l}\right)_i = (5\cdot10^{-3}\,0{,}36\cdot10^{-2})\,\frac{K\Delta T_i}{K_{l_i}} = 1.$$

При $K_{l_i} = 1$

$$K_{\Delta T_i} = \left(\frac{\Delta T_м}{\Delta T_н}\right)_i = 6\cdot10^6.$$

Это условие невыполнимо при оптическом моделировании, ибо

$$K_{\Delta T} \leqslant 0{,}3. \qquad (4)$$

При $K_{\Delta T} = 0{,}3$

$$K_l = \frac{l_м}{l_н} = 5\cdot0{,}36\cdot0{,}3\cdot10^{-5} = 5{,}4\cdot10^{-6},$$

т.е. размеры модели должны быть в миллион раз меньше натурного объема, что также трудно выполнимо вследствие влияния масштабного фактора.

Подставляя значения соответствующих индикаторов в VIII, получим

$$\frac{K_E\ K_\alpha}{K_a} K_V = \frac{5\ 10^{-3}\,10}{0{,}5\cdot10^{-2}} K_V = 1; \quad K_V = \frac{V_м}{V_н} = \frac{1}{10},$$

т.е. скорость нагрева (охлаждения) модели при $K_l = 1$ должна быть в 10 раз меньше скорости нагрева (охлаждения) натуры, что выполнимо для эпоксидных моделей и натурных стальных изделий. Это подтверждается опытами, приведенными в [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Буткевич Н.Н., Бушило И.Д., Шатерник А.И. О возможности моделирования температурных и остаточных напряжений в композиционных материалах. – В сб.: Порошковая металлургия. Мн., 1978, вып. 2. 2. Киричев М.В. Теория подобия. – М., 1953. 3. Таблицы физических величин. Справочник/ Под ред. И.К.Кикоина. – М.,1976. 4. Буткевич Н.Н. Исследование напряженного состояния ковочных штампов с неоднородным термическим упрочнением. Автореф. канд. дис. Мн., 1972.