ми по y, перемещения w – четными по x и y. Такое сужение класса допустимых функций обеспечивает корректную постановку задачи. Расчет выполнен на ЭЦВМ ЕС-1022. Время счета — 8 мин. Для решения системы линейных алгебраических уравнений методом исключения Гаусса использован соответствующий модуль пакета научных программ. В расчете максимальная степень полиномов принималась равной $n_{max} = 8$; количество членов в разложении (1) при этом составило $N = 18$; модуль упругости $E = 2 \cdot 10^{12}$ Н·м^2; коэффициент Пуассона $\nu = 0{,}3$; $G_i = 1{,}4 \cdot 10^5$ Н; $M_i = 1{,}96 \cdot 10^5$ Н·м. В табл. 1 приведены значения некоторых компонент тензора напряжений и перемещений, возникающих в верхнем листе стола по линии AB (рис. 1). Из табл. 1 видно, что наибольшие нормальные напряжения наблюдаются в центральной области и равны $8{,}97 \cdot 10^6$ Н/м^2. Расчет не учитывает влияние на напряженное состояние стола локальных концентраторов напряжений (например, непроваров сварных швов), а также остаточных напряжений. Указанные факторы могут быть учтены с помощью коэффициентов концентрации напряжений.

Таким образом, решение реальной инженерной задачи показало эффективность метода Трефтца при расчете корпусных деталей машин.

ЛИТЕРАТУРА

1. К р у ш е в с к и й А.Е. Вариационные методы расчета корпусных деталей машин. — Мн., 1967. 2. Л у р ь е А.И. Полиномиальное представление решений уравнений теории упругости. — В сб.: Проблемы механики твердого деформируемого тела. Л., 1970.

УДК 532.783;
548–14

В.Б.Немцов

СДВИГОВАЯ УПРУГОСТЬ НЕМАТИЧЕСКИХ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛОВ

Жидкие кристаллы подобно жидкостям обладают равновесной объемной упругостью, но не имеют равновесных модулей сдвига.

Тем не менее жидкости обнаруживают сдвиговую упругость в виде реакции на сдвиговые деформации определенных частот, что может быть объяснено релаксацией некоторых внутренних параметров (см., напр., [1]). Аналогичным образом наличие релаксационных процессов в жидких кристаллах объясняет возможность проявления ими сдвиговой упругости.

Для жидких кристаллов важными внутренними параметрами являются компоненты тензора ориентационной упорядоченности, теория релаксации которых построена в недавно развитой статистической гидродинамике жидких кристаллов [2,3,4]. В связи с анизотропией жидких кристаллов релаксация ориентационной упорядоченности характеризуется тремя временами релаксации [2,3,4].

В настоящее время для экспериментального определения сдвиговой вязкости и других сдвиговых свойств нематиков широко применяется техника отражения сдвиговых волн от поверхности раздела кристалла кварца и жидкого кристалла [6,7,8,9].

Теория отражения и преломления сдвиговых волн на упомянутой поверхности раздела подробно рассмотрена в работах [5,6,9] и здесь не обсуждается. Отметим, однако, что выражение для тензора вязких напряжений нематика в статистической гидродинамике жидких кристаллов [2,3] отличается в некотором отношении от выражения для этого тензора в феноменологической гидродинамике Лесли-Эриксена, которая была использована в расчетах отражения сдвиговых волн.

В связи с известными преимуществами последовательности и полноты статистического рассмотрения представляется интересным провести расчет эффективных вязкостей и модулей сдвига, измеряемых техникой отражений сдвиговых волн, на основе статистической гидродинамики [2,3].

Для этого вначале сопоставим тензор вязких напряжений Лесли-Эриксена (см.,напр., [9]) с тензором вязких напряжений статистической теории [2,3]. Согласно статистической гидродинамике нематиков тензор вязких напряжений определяется как

$$\tau'_{ij} = a_{ijkl}\,\dot{\varepsilon}_{kl}\,, \tag{1}$$

где

$$\dot{\varepsilon}_{kl} = (\partial v_i/\partial x_k) - \Omega_m e_{mki}\,. \tag{2}$$

Здесь v_i – гидродинамическая скорость; Ω_m – средняя угловая скорость собственного вращения молекул; x_k — пространственные (эйлеровы) координаты; e_{mki} — тензор Леви-Чивита. Тензор $\dot{\varepsilon}_{kl}$ представим в виде [10]

$$\dot{\varepsilon}_{kl} = e_{kl} + (\Omega_s - \omega_s)\,e_{skl}\,, \tag{3}$$

причем

$$e_{kl} = 2^{-1}\,(\partial v_k/\partial x_l + \partial v_l/\partial x_k)\,; \tag{4}$$

$$\vec{\omega} = 2^{-1}\,\mathrm{rot}\,\vec{v}\,. \tag{5}$$

В статистической гидродинамике угловая скорость Ω_n выражается точным образом через ортогональную матрицу поворота $\alpha_{ik}(\vec{x}, t)$ [2,3]

$$\Omega_n = 2^{-1} e_{nmi} \alpha_{mk} (d\alpha_{ik}/dt). \tag{6}$$

Вычислим Ω_n с помощью известного представления [11]

$$\alpha_{ik} = \cos\varphi\, \delta_{ik} + (1-\cos\varphi) n_i n_k - e_{ikp} n_p \sin\varphi , \tag{7}$$

где φ — средний угол поворота молекул вокруг единичного вектора n_i (директора), ориентированного по направлению упорядоченности длинных осей молекул.

Результат вычисления имеет вид

$$\Omega_m = \frac{d\varphi}{dt} n_m + \sin\varphi \frac{dn_m}{dt} + (1-\cos\varphi) w_m , \tag{8}$$

где

$$w_m = e_{msp} n_s (dn_p/dt). \tag{9}$$

Величина w_m представляет собой угловую скорость разворота директора. Она используется в динамике нематиков Лесли-Эриксена (см.,напр., [9,10]).

Точная формула (8) указывает, какие пренебрежения нужно совершить при замене Ω_m на w_m. Для этого можно, считая угол φ распределенным равновероятно, провести усреднение (8) по φ. Обозначая усреднение символом $<\ldots>$, получим $<\sin\varphi> = <\cos\varphi> = 0$. Если, кроме того, положить, что $(d\varphi/dt) = 0$, то $\Omega_m = w_m$. В этом приближении угловая скорость w_m имеет две компоненты, так как $w_m n_m = 0$.

Если не пренебрегать угловой скоростью вращения молекул вокруг директора, но принять, что $<\cos\varphi> = <\sin\varphi> = 0$, то получим более оправданное приближение Аэро и Булыгина [10]

$$\Omega_m = (d\varphi/dt) n_m + w_m. \tag{10}$$

Тензор коэффициентов вязкости нематических жидких кристаллов в статистической теории представляется в виде [3,4]

$$\begin{aligned} a_{ijkl} &= a_1 \delta_{ij} \delta_{kl} + a_2 \delta_{ik} \delta_{jl} + a_3 \delta_{il} \delta_{jk} + a_4 (\delta_{ij} n_k n_l + \\ &+ \delta_{kl} n_i n_j) + a_5 \delta_{ik} n_j n_l + a_6 (\delta_{il} n_j n_k + \delta_{jk} n_i n_l) + \\ &+ a_7 \delta_{jl} n_i n_k + a_8 n_i n_j n_k n_l , \end{aligned} \tag{11}$$

причем директор n_i направляется по оси симметрии среды.

Тензор a_{ijkl} включает восемь коэффициентов вязкости, для которых в работах [3,4] получены явные выражения через частоту ω, три времени релаксации и другие параметры, определяемые через статические и временные корреляционные функции некоторых динамических величин.

При выводе выражения (11) использованы соображения симметрии (симметрия нематиков относится к группе ∞/mmm) и автоматически учтены соотношения взаимности Онзагера.

Для сопоставления с результатами теории Лесли-Эриксена введем еще вектор N_i, описывающий скорость изменения директора относительно движущейся жидкости [9],

$$N_i = (w_s - \omega_s) n_l e_{sli} . \tag{12}$$

Подставим выражение (11) в (1) и учтем (3), (10) и (12). Тогда тензор напряжений приобретает вид

$$\tau'_{ij} = (a_1 \delta_{ij} + a_4 n_i n_j) e_{kk} + (a_2 + a_3) e_{ij} + (a_2 - a_3)(\Omega_s - \omega_s) e_{sij} +$$
$$+ a_4 \delta_{ij} n_k n_l e_{kl} + (a_5 + a_6) n_k n_j e_{ki} + (a_6 + a_7) n_i n_k e_{kj} + (a_6 - a_5) N_i n_j +$$
$$+ (a_7 - a_6) n_i N_j + a_8 n_i n_j n_k n_l e_{kl} .$$

Запишем для сравнения выражение для тензора вязких напряжений Лесли-Эриксена с учетом членов, описывающих диссипацию при изменении объема. Эти члены были включены П. де Женом [9]. Рассматриваемый тензор напряжений записывается в форме

$$\sigma'_{ji} = \rho_1 \delta_{ij} e_{kk} + \rho_2 n_i n_j e_{kk} + \rho_3 \delta_{ij} n_k n_l e_{kl} + \alpha_1 n_i n_j n_k n_l e_{kl} +$$
$$+ \alpha_4 e_{ij} + \alpha_5 n_j n_k e_{ki} + \alpha_6 n_i n_k e_{kj} + \alpha_2 N_i n_j + \alpha_3 n_i N_j . \tag{14}$$

Здесь учтено, что $\tau'_{ij} = \sigma'_{ji}$, так как сила $F_i = \partial \tau'_{ij}/\partial x_j$ в нашем рассмотрении должна быть равна силе $F_i = \partial \sigma'_{ji}/\partial x_j$ в анализе Лесли-Эриксена (см. [9]).

Сравнение приводит к следующим равенствам коэффициентов вязкости:

$$\begin{cases} \rho_1 = a_1; \ \rho_2 = a_4; \ \rho_3 = a_4; \ \alpha_1 = a_8; \\ \alpha_4 = a_2 + a_3; \ \alpha_5 = a_5 + a_6; \ \alpha_6 = a_6 + a_7; \\ \alpha_2 = a_6 - a_5; \ \alpha_3 = a_7 - a_6 . \end{cases} \tag{15}$$

Сопоставление показывает, что вопреки П. де Жену $\rho_2 = \rho_3$. Очевидно, также, что

$$\begin{aligned} \alpha_2 + \alpha_3 &= a_7 - a_5; \\ \alpha_6 - \alpha_5 &= a_7 - a_5. \end{aligned} \tag{16}$$

Поэтому

$$\alpha_2 + \alpha_3 = \alpha_6 - \alpha_5 . \tag{17}$$

Таким образом, соотношение Пароди [12] автоматически выполняется.

В итоге вязкие напряжения в теории Лесли-Эриксена даже с учетом диссипации при изменении объема характеризуются семью коэффициентами вязкости, а не восемью, как указывает П. де Жен. Ошибка П. де Жена связана с неправильным применением соображений симметрии.

Отметим, что в тензоре вязких напряжений Лесли-Эриксена (14) отсутствует член $(a_2-a_3)(\Omega_s-\omega_s)e_{sij}$, который учитывает диссипацию при вращении молекул вокруг директора. Вид этого члена не связан с использованием приближения (10). Набор коэффициентов вязкости в (13) совпадает с набором коэффициентов вязкости феноменологической теории Аэро-Булыгина [10], где также правильно были привлечены соображения симметрии.

Подчеркнем еще, что вязкие напряжения действительно описываются восемью коэффициентами вязкости, если корректно и последовательно строить теорию.

Рассмотрим теперь расчет эффективных вязкостей, определяющих распространение сдвиговых возмущений в нематике в акустическом эксперименте с использованием техники отражения сдвиговых волн. Расчет проведем для тех трех характерных взаимных расположений директора и вектора скорости, которые имеют место в эксперименте [7,8].

В первом случае (случай А) вектор $\vec{n}_0$ и вектор скорости $\vec{v}$ направлены вдоль оси x_2. Здесь и ниже имеется в виду исходная ориентация вектора $\vec{n}_0$ до прохождения акустической сдвиговой волны, которая изменит эту ориентацию. Волна проникает в нематик со стороны кварца в направлении оси x_3. Тогда $v_2 = v_2(x_3, t)$.

Уравнение движения среды с плотностью ρ [2,3]

$$\rho \frac{dv_i}{dt} = \frac{\partial \tau_{ik}}{\partial x_k} \tag{18}$$

в линейном приближении с учетом (13) сводится к виду

$$\rho\frac{\partial v_2}{\partial t} = 2^{-1}(\alpha_3+\alpha_4+\alpha_6+\alpha_7)\frac{\partial^2 v_2}{\partial x_3^2}+(\alpha_3+\alpha_7)\frac{\partial \dot{n}_3}{\partial x_3}, \qquad (19)$$

где $\dot{n}_3 = \frac{\partial n_3}{\partial t}$; $\alpha_7 = a_2 - a_3$. Для удобства последующего сравнения с работой [5] мы используем обозначения Лесли-Эриксена, имея в виду формулы сопоставления (15).

Уравнения собственного вращения [2,3]

$$\rho\frac{dl_i}{dt} = \frac{\partial \pi_{ik}}{\partial x_k} + e_{ikl}\tau_{lk} \qquad (20)$$

с учетом оправданного пренебрежения тензором моментных напряжений π_{ik} и собственным кинетическим моментом l_i (см. [5,6,9]) приобретает вид

$$e_{ikl}\tau_{lk} = 0. \qquad (21)$$

В случае А, когда разворот директора происходит вокруг оси x_1, это уравнение сводится к

$$\tau_{32} - \tau_{23} = 0,$$

что с учетом (13) дает

$$(\alpha_2 - \alpha_3 - 2\alpha_7)\dot{n}_3 - (\alpha_3+\alpha_7)(\partial v_2/\partial x_3) = 0. \qquad (22)$$

Исключая в (19) $\dot{n}_3$ с помощью (22), получим

$$\rho\frac{\partial v_2}{\partial t} = \left(2^{-1}(\alpha_3+\alpha_4+\alpha_6+\alpha_7)+\frac{(\alpha_3+\alpha_7)^2}{(\alpha_2-\alpha_3-2\alpha_7)}\right)\frac{\partial^2 v_2}{\partial x_3^2}. \qquad (23)$$

Таким образом, эффективная вязкость в случае А определяется формулой

$$\eta_A = 2^{-1}(\alpha_3+\alpha_4+\alpha_6+\alpha_7)+(\alpha_3+\alpha_7)^2/(\alpha_2-\alpha_3-2\alpha_7). \qquad (24)$$

Если пренебречь здесь величиной α_7, приходим к результату работы [5]. Отличие, однако, состоит не только в наличии α_7. Существенно, что коэффициенты вязкости являются комплексными функциями частоты (см. 15) и формулы (6.16) работы [3]).

В случае В в исходном состоянии директор направлен вдоль оси x_3, скорость — по-прежнему вдоль x_2, сдвиговая волна разворачивает директор вокруг оси x_1, $v_2 = v_2(x_3, t)$. Тогда (20) на основе (13) сводится к

$$\rho \frac{\partial v_2}{\partial t} = 2^{-1}(\alpha_4+\alpha_5-\alpha_2)\frac{\partial^2 v_2}{\partial x_3^2} + (\alpha_2-\alpha_7)\frac{\partial n_2}{\partial x_3}, \qquad (25)$$

а уравнение (21) дает

$$(\alpha_2-\alpha_7)\frac{\partial v_2}{\partial x_3} - (\alpha_2-\alpha_3-2\alpha_7)\dot{n}_2 = 0. \qquad (26)$$

Отсюда следует уравнение

$$\rho \frac{\partial v_2}{\partial t} = \left(2^{-1}(\alpha_4+\alpha_5-\alpha_2+\alpha_7) - \frac{(\alpha_2-\alpha_7)^2}{(\alpha_2-\alpha_3-2\alpha_7)}\right)\frac{\partial^2 v_2}{\partial x_3^2}, \qquad (27)$$

из которого находим эффективный коэффициент вязкости

$$\eta_B = 2^{-1}(\alpha_4+\alpha_5-\alpha_2+\alpha_7) - \frac{(\alpha_2-\alpha_7)^2}{(\alpha_2-\alpha_3-2\alpha_7)}. \qquad (28)$$

Если положить здесь $\alpha_7 = 0$, получим известный результат [5] (см. также [9]).

Наконец, в третьем случае (случай С) в исходном состоянии директор ориентирован вдоль оси x_1, вектор скорости v направлен вдоль оси x_2 и $v_2 = v_2(x_3 t)$. Уравнения движения среды (18) и (21) приводят к уравнениям:

$$\begin{aligned} &\rho \frac{\partial v_2}{\partial t} = 2^{-1}(\alpha_4+\alpha_7)\frac{\partial^2 v_2}{\partial x_3^2} + \alpha_7 \frac{\partial \varphi}{\partial x_3}; \\ &\alpha_7\left(\frac{\partial v_2}{\partial x_3} + 2\varphi\right) = 0, \end{aligned} \qquad (29)$$

откуда

$$\rho \frac{\partial v_2}{\partial t} = 2^{-1}\alpha_4 \frac{\partial^2 v_2}{\partial x_3^2}, \qquad (30)$$

а эффективная вязкость равна

$$\eta_C = 2^{-1}\alpha_4, \qquad (31)$$

что в точности соответствует результату работы [5] (см. также [9]).

Рапини показал (см., напр., [9]), что $\eta_A = \eta_B$. Результат был установлен в пренебрежении α_7 и частотной зависимостью вязкости.

Покажем, что равенство Рапини имеет место при $\alpha_7 \neq 0$ и при наличии частотной зависимости коэффициентов вязкости. Для этого обозначим через λ_1 и λ_2 соответственно величины

$$\lambda_1 = \alpha_3 - \alpha_2 + 2\alpha_7;$$
$$\lambda_2 = \alpha_2 + \alpha_3 . \qquad (32)$$

Очевидно, что

$$\lambda_1 + \lambda_2 = 2(\alpha_3 + \alpha_7);$$
$$\lambda_1 - \lambda_2 = -2(\alpha_2 - \alpha_7). \qquad (33)$$

Принимая во внимание эти определения, запишем η_A и η_B в виде

$$\eta_A = 2^{-1}(\alpha_4 + \alpha_6) - 2^{-1}(\alpha_3 + \alpha_7)\lambda_2\lambda_1^{-1}; \qquad (34)$$
$$\eta_B = 2^{-1}(\alpha_4 + \alpha_5) - 2^{-1}(\alpha_2 - \alpha_7)\lambda_2\lambda_1^{-1} .$$

Вычисляя разность этих величин с учетом (17), найдем, что $\eta_A = \eta_B$.

Подчеркнем, что соотношение взаимности (17) в статистической теории справедливо и при наличии частотной зависимости коэффициентов вязкости. Поэтому справедливость равенства $\eta_A = \eta_B$ доказана в общем случае частотной дисперсии и с учетом вращательной вязкости α_7.

В связи с тем, что вязкости η_A, η_B и η_C зависят от частоты ω, можно определить соответствующие комплексные модули сдвига

$$G_A = i\omega\eta_A = G'_A + i\omega\eta'_A;$$
$$G_B = i\omega\eta_B = G'_B + i\omega\eta'_B; \qquad (35)$$
$$G_C = i\omega\eta_C = G'_C + i\omega\eta'_C .$$

Вещественные части комплексных модулей сдвига являются модулями упругости при сдвиге, а величины η'_A, η'_B и η'_C — коэффициентами вязкости. Оба типа величин представляют собой вещественные функции частоты.

Отметим, что появление частотной зависимости и само существование модулей сдвига G'_A, G'_B и G'_C обязано тем релаксационным процессам, о которых шла речь вначале. Наличие более чем одного модуля сдвига — прямое отражение анизотропии нематиков.

Используя формулы (6.16) работы [3] (см. также [4]) и соотношения (15), (35), (24 , (28) и (31), получим следующие явные выражения для модулей сдвига и коэффициентов вязкости:

$$G'_A = G'_B = \frac{\mu_A \omega^2 \tau_3^2}{1+\omega^2 \tau_3^2}; \quad G'_C = \frac{\mu_C \omega^2 \tau_2^2}{1+\omega^2 \tau_2^2}; \qquad (36)$$

$$\eta'_C = \frac{a'_2 + a'_3}{2} + \frac{\mu_C \tau_2}{1+\omega^2 \tau_2^2}; \qquad (37)$$

$$\eta'_A = \eta'_B = a'_2 + a'_7 + \frac{(a'_7 + a'_2 - a'_6 - a'_3)^2}{2a'_3 + 2a'_6 - 2a'_2 - a'_7 - a'_5} + \frac{\mu_A \tau_3}{1+\omega^2 \tau_3^2} . \qquad (38)$$

Здесь μ_A и μ_C – комбинации величин E_i и c_i, введенных в [3,4]. При получении выражений для G'_A и η'_A предполагалось, что $\mu_A \tau_3 \ll a'_i$. Напомним, что a'_i – так называемые нералаксирующие коэффициенты вязкости, а τ_2 и τ_3 – времена релаксации [2,3,4].

Небезынтересно оценить времена релаксации τ_2 и τ_3, а также μ_A и μ_C по экспериментальным данным. Для этого привлечем результаты измерений G'_A, G'_B и G'_C для МББА на трех частотах $\omega_1 = 2\pi \cdot 2{,}75 \cdot 10^6$ рад/с; $\omega_2 = 2\pi \cdot 6 \cdot 10^6$ рад/с, $\omega_3 = 2\pi \times 10^7$ рад/с при 30°С. Измерения проведены на основе техники отражения сдвиговых волн [7].

Точность определения модулей сдвига невелика. Она падает с уменьшением частоты. Оказалось, что $G'_A \neq G'_B$, но эти величины близки друг к другу. Более точно измерены коэффициенты вязкости η'_A, η'_B и η'_C. Снова $\eta'_A \neq \eta'_B$, но отличие их незначительно. Интересно, что вязкости почти не зависят от частоты.

При оценке величин μ_A, μ_C, τ_2 и τ_3 использовались опытные данные, относящиеся к частотам ω_2 и ω_3, при этом G'_A принималось равным $2^{-1}(G'_A + G'_B)$. Результаты оценки имеют вид $\mu_A = 1{,}22 \cdot 10^6$ дин/см²; $\mu_C = 3{,}25 \cdot 10^6$ дин/см²; $\tau_3 = 3{,}93 \cdot 10^{-8}$ с; $\tau_2 = 3{,}14 \cdot 10^{-8}$ с.

В другой работе [8] были измерены вещественные коэффициенты вязкости η'_A, η'_B, η'_C. Оказалось, что в пределах точности эксперимента $\eta'_A = \eta'_B$. Данные по модулям сдвига не получены из-за невысокой точности измерения сдвига фаз падающей и отраженной волн. Частотная дисперсия также не обнаружена.

Отметим, что порядок времен релаксации совпадает с оценками на основе статистическкйй теории [4]. Порядок модулей сдвига μ_A и μ_C, по-видимому, на два-три порядка меньше высокочастотных предельных модулей упругости [13]. Об этом можно судить на основании статистических оценок для простых жидкостей [14,15]. С указанным различием порядков связан факт превышения нерелаксирующих вязкостей над величинами $\mu_A \tau_3$ и $\mu_C \tau_2$.

Согласно (37) и (38) малость вклада релаксирующих частей вязкостей объясняет практическое отсутствие частотной зависимости коэффициентов вязкости. Можно ожидать обнаружения частотной дисперсии вязкостей на существенно более высоких частотах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Михайлов И.Г., Соловьев В.А., Сырников Ю.П. Основы молекулярной акустики. — М., 1964. 2. Немцов В.Б. Статистическая теория гидродинамических и кинетических процессов в жидких кристаллах. — ТМФ, 25, 1975, № 1. 3. Nemtsow V.B. Statistical hydrodynamics of cholesteric liquid Crystals. – Physica, 86A, 1977. 4. Немцов В.Б. Частотная дисперсия кинетических коэффициентов нематических жидких кристаллов. — В сб.: Физика жидкого состояния. Киев, 1977, № 5. 5. Martinoty P., Candau S. Determination of viscosity coefficients of a nematic liquid crystal using a shear waves reflectance technique. – Mol. Cryst. and Liquid Cryst., 14, 1971. 6. Barrat P.G., Leslie F.M. Reflection and refraction on an obliquely incident shear wave at solid–nematic interface. – Iourn. de Phys. Coll., 3, 40, 1979. 7. Lee Y.S., Golub S.L., Brown G.H. An ultrasonic shear wave study of the mechanical properties of nematic liquid crystal. – I. Phys. Chem., 76, 1972, N 17. 8. Kiry F., Martinoty P. Ultrasonic investigation of anisotropic viscosities in a nematic liquid crystal. – Iourn. de Phys., 38, 1977, N 2. 9. П. де Жен. Физика жидких кристаллов. — М., 1977. 10. Аэро Э.Л., Булыгин А.Н. Гидромеханика жидких кристаллов. — В сб.: Гидромеханика. М., 1973, т. 7. 11. Федоров Ф.И. Теория гиротропии. — Мн., 1976. 12. Parodi O. Stress tensor for a nematic liquid crystal. – Iourn. de Phys., 31, 1970, 581. 13. Немцов В.Б. О статистической теории вязко-упругих свойств асимметричных сред. — ПММ. 35, 1971, № 3. 14. Немцов В.Б., Ротт Л.А. К статистической теории упругих свойств конденсированных систем. — В сб.: Применение ультраакустики к исследованию вещества. М., 1968, вып. 23. 15. Брук-Левинсон Э.Т., Вихренко В.С., Немцов В.Б. Статистическая оценка дополнительных высокочастотных модулей упругости асимметричной среды. — Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук, 1971, № 4.

УДК 531.3+629.11.012.5

М.А.Левин

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ РЕАКЦИИ ОПОРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРОСТЕЙШЕГО КАТЯЩЕГОСЯ ДЕФОРМИРУЕМОГО КОЛЕСА

В работе рассматривается простейшая модель деформируемого колеса, являющаяся частным случаем рассмотренной в [1]