

зован”, то каркас на всей оболочке может быть получен ”отражением” модуля на остальную поверхность оболочки. Так, в рассматриваемом случае модуль представляет собой треть полусферы.

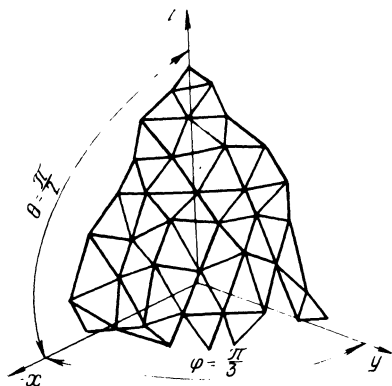


Рис. 2. Схема части каркаса с равномерным случайным размещением вершин.

Тогда, полагая координаты $(\theta_i; \varphi_i + \frac{\pi}{3})$ и $(\theta_i; \varphi_i + \frac{2}{3}\pi)$, получим координаты вершин в остальных двух третях.

Для отражения на нижнюю полусферу надо положить координаты: $(\pi - \theta_i, \varphi_i)$; $(\pi - \theta_i, \varphi_i + \frac{\pi}{3})$; $(\pi - \theta_i, \varphi_i + \frac{2}{3}\pi)$. Совершенно аналогично могут быть ”раскроены” и другие оболочки вращения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сканирующие антенные системы СВЧ /Под ред. Г.Т.Маркова, А.Ф. Чаплина. — М., 1966.
2. Кендал А.Ж., Стьюарт А. Теория распределений. — М., 1966.
3. Спанье Д.Ж., Гелбард Э. Метод Монте-Карло в задаче переноса нейтронов. — М., 1971.
4. Кадыров М. Таблицы случайных чисел. — Ташкент, 1936.

УДК 621.85.01

О.С.Баршай

К ВЫВОДУ УРАВНЕНИЙ НЕСТАЦИОНАРНОГО ДВИЖЕНИЯ РАСТЯЖИМОЙ НИТИ ПО ШКИВУ*

Рассматривается нестационарное движение гибкой растяжимой нити, взаимодействующей со шкивом, периферия которого обладает сдвиговыми свойствами. Дан вывод уравнения, приве-

* Выполнена под руководством канд.техн.наук М.А.Левина.

денного в [1] и описывающего нестационарное движение нити на основе подхода, развитого в [2–4]. Показано, что существует аналогия в описании движения нити по шкиву и качения деформируемого колеса. В связи с этим ряд результатов, касающихся динамики нити, взаимодействующей со шкивом, вытекает из описания движения катящегося деформируемого колеса в простейшем случае, т.е. при ограниченном числе степеней свободы в сравнении со случаем, рассмотренным в [3,4].

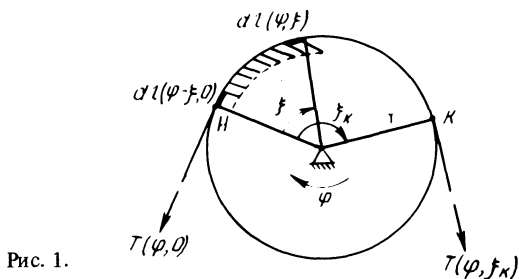


Рис. 1.

Рассмотрим нестационарное движение нити при отсутствии проскальзывания по дуге обхвата ξ_K (рис. 1). Обозначим угол поворота шкива φ , а угловую координату точки на периферии шкива — ξ . За начало отсчета ξ примем точку набегания нити на шкив. Рассмотрим некоторый элемент нити dl . В каждый момент времени, которому соответствует определенный угол поворота шкива φ , длина элемента dl определяется этим углом φ и углом ξ на дуге обхвата, т.е. $dl = dl(\varphi, \xi)$. В момент, когда этот элемент находился в точке набегания, было $dl = dl(\varphi - \xi, 0)$, так как тогда угол поворота шкива был равен $\varphi - \xi$. Поскольку проскальзывание нити по шкиву отсутствует, изменение относительного удлинения элемента нити $\frac{dl(\varphi, \xi) - dl(\varphi - \xi, 0)}{dl(\varphi - \xi, 0)}$ будет

равно изменению относительного удлинения соответствующего элемента периферии шкива. Тогда

$$\frac{1}{EF} [T(\varphi, \xi) - T(\varphi - \xi, 0)] = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial \lambda(\varphi, \xi)}{\partial \xi} - \frac{\partial \lambda(\varphi - \xi, 0)}{\partial \xi} \right], \quad (1)$$

где E — модуль Юнга для нити; F — площадь сечения нити; T — натяжение нити; λ — перемещение периферии шкива; r — радиус шкива.

Если обозначить сдвиговую жесткость периферии шкива c , а касательное усилие на единицу длины — τ , то легко показать, что $\lambda = \frac{1}{cr} \frac{\partial T(\varphi, \xi)}{\partial \xi}$.

Отметим, что при выводе уравнения (1) и последующих соотношений используются известные зависимости

$$\epsilon = \frac{T}{EF} = \frac{1}{r} \frac{\partial \lambda}{\partial \xi} \quad \text{и} \quad \tau = \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \xi} = c \lambda,$$

где ϵ — относительное удлинение нити.

Таким образом уравнение (1) примет вид

$$\mu^2 [T(\varphi, \xi) - T(\varphi - \xi, 0)] = \frac{\partial^2 T(\varphi, \xi)}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 T(\varphi - \xi, 0)}{\partial \xi^2}, \quad (2)$$

где $\mu^2 = \frac{cr^2}{EF}$.

Возможна более компактная форма записи

$$\left[\frac{\partial^2 T(\varphi, \xi)}{\partial \xi^2} - \mu^2 T(\varphi, \xi) \right] \Big|_{\varphi-\xi, 0}^{\varphi, \xi} = 0. \quad (3)$$

Имеем следующие условия к уравнению (3):

$$T(\xi) \Big|_{\xi=0} = T_H; \quad T(\xi) \Big|_{\xi=\xi_K} = T_K; \quad \frac{dT(\xi)}{d\xi} \Big|_{\xi=0} = 0, \quad (4)$$

где T_H — натяжение в набегающей ветви; T_K — в сбегающей. Последнее условие объясняется тем, что в точке набегания нити на шкив сдвиговой слой не напряжен, и $\lambda(0) = 0$.

Уравнение (2) можно также представить в виде

$$\frac{\partial^2 T(\varphi, \xi)}{\partial \xi^2} - \mu^2 T(\varphi, \xi) = L(\varphi - \xi). \quad (5)$$

Очевидно, что частное решение имеет вид $\psi(\varphi - \xi)$, а решение однородного уравнения можно представить в виде произведения $F(\varphi) \Phi(\xi)$. В результате решение уравнения (5) оказывается следующим:

$$T(\varphi, \xi) = F_1(\varphi) e^{\mu \xi} + F_2(\varphi) e^{-\mu \xi} + \psi(\varphi - \xi). \quad (6)$$

Используя граничные условия (4), получим систему уравнений, приведенную в [5]:

$$\left. \begin{aligned} T_H(\varphi) &= F_1(\varphi) + F_2(\varphi) + \psi(\varphi); \\ T_K(\varphi) &= F_1(\varphi)e^{\mu\xi_K} + F_2(\varphi)e^{-\mu\xi_K} + \psi(\varphi - \xi_K); \\ F_1(\varphi) - F_2(\varphi) - \frac{1}{\mu} \frac{\partial\psi(\varphi)}{\partial\varphi} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Выразив из уравнений (7) $F_1(\varphi)$ и $F_2(\varphi)$, после введения обозначений $a = \mu / \operatorname{th}(\mu \xi_K)$; $b = \mu / \operatorname{sh}(\mu \xi_K)$; $R(\varphi) = T_K(\varphi)b - T_H(\varphi)a$ получим уравнение для ψ , совпадающее с приведенным в [5]:

$$R(\varphi) = \frac{\partial\psi(\varphi)}{\partial\varphi} - \psi(\varphi)a + \psi(\varphi - \xi_K)b. \quad (8)$$

По структуре уравнение (8) совпадает с уравнением (12) в работе [2] и является частным случаем уравнений (1.3), (1.11), приведенных в [3], при $u_3 = 0$. Что касается уравнения (4) в [1], то оно в точности совпадает с уравнением на с. 25 в работе [2]. Таким образом, и соответствующие частотные характеристики в функции кинематической частоты также оказываются аналогичными.

Заметим, что уравнения движения нити по шкиву в сравнении, например, с уравнениями, приведенными в [3,4], являются более простыми, так как оказываются эквивалентными по сложности случаю качения колеса в своей срединной плоскости при постоянном z_C . При этом не приходится сталкиваться с нелинейными эффектами и необходимостью учитывать "большие" деформации в области контакта катящегося колеса.

Очевидно, что по аналогии с работами [3,4] легко получить уравнения более низкого порядка по типу уравнений М.В.Келдыша с использованием метода достаточно больших кинематических параметров и скоростей, предложенного Ю.И.Неймарком и Н.А.Фуфаевым.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баршай О.С., Левин М.А. Нестационарное движение гибкой нити, взаимодействующей со шкивом. — В сб.: Теоретическая и прикладная механика. Мн., 1979, вып. 6.
2. Левин М.А. Новая теория бокового увода колеса, приводящая к интегрально-разностным или дифференциально-разностным уравнениям. — В сб.: 25 науч.-техн. конф. БПИ: Материалы секции теоретической и прикладной механики. Минск, 1969.
3. Левин М.А. Некоторые результаты исследования реакций связей деформируемого колеса. — В сб.: Теоретическая и прикладная механика. Мн., 1973.
4. Левин М.А. Пониже-

ние порядка зависимостей для реакций связей катящегося деформируемого колеса. — "ДАН БССР", 1974, № 6, т. 18. 5. О ч а н М.Ю., Р о ж к о в В.И. Исследование нестационарного режима и устойчивости движения нити при передаче окружного усилия. — В сб.: Механика машин, 1978, вып. 53.

УДК 531.325.531.355

Л.К.Рапинчук

ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ ПО ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ДВУХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Рабочие органы многих сельскохозяйственных машин представляют собой сочетание двух пересекающихся поверхностей, подвижных или неподвижных друг относительно друга. Например, диск с жестко укрепленной на нем лопаткой в центробежном разбрасывателе, шнек, представляющий собой сочетание геликоида и цилиндра.

Пусть уравнения поверхностей заданы в ортогональных декартовых системах координат, жестко связанных с поверхностями:

$$\psi_I(x_I^j) = 0 \quad \text{и} \quad \psi_{II}(x_{II}^j) = 0, \quad j = 1, 2, 3. \quad (1)$$

Римскими индексами I и II будем обозначать объекты, принадлежащие соответственно первой или второй поверхности и жестко связанным с ними координатным системам. Объекты, у которых отсутствуют римские индексы, будем считать принадлежащими обоим поверхностям или любой из них.

Координаты неподвижной (абсолютной) системы выражаются через координаты подвижных (относительных) систем равенствами

$$\begin{aligned} X^i &= X_{I0}^i + \alpha_{Ij}^i x_I^j; \\ X^i &= X_{II0}^i + \alpha_{IIj}^i x_{II}^j, \end{aligned} \quad (2)$$

где X_{I0}^i , X_{II0}^i — координаты начала координат относительных систем в абсолютной; α_{Ij}^i и α_{IIj}^i — коэффициенты преобразований координат.

Равенства (2) записаны с использованием соглашения о суммировании, применяемого в тензорном исчислении [1], согласно которому суммирование производится по двум одинаковым индексам, называемыми немymi. Индексы объектов во внешнем трехмерном пространстве будем обозначать малыми латинскими