$$M_y = -[X_{03}(y_A - y_D) + Y_{03}(x_D - x_A) + X_B(y_A - y_B) + X_C(y_A - y_C) +$$
$$+ X_M(y_A - y_M) + X_{S1}(y_A - y_{S1}) + X_{S2}(y_A - y_{S2}) + X_{S3}(y_A - y_{S3}) +$$
$$+ Y_B(x_B - x_A) + Y_C(x_c - x_A) + X_M(x_M - x_A) + Y_{S1}(x_{S1} - x_A) +$$
$$+ Y_{S2}(x_{S2} - x_A) + Y_{S3}(x_{S3} - x_A)].$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. — М., 1975. 2. Зиновьев В.А. Курс теории механизмов и машин. — М., 1972. 3. Берестов В.А. Сравнительный анализ реакций в кинематических парах механизма шарнирного четырехзвенника для различных схем уравновешивания. — Механика машин, 1977, вып. 52.

УДК 539.3

С.В.Босаков

РАСЧЕТ КЛИНА С КРАЕВЫМ РАЗРЕЗОМ

Рассматривается плоский клин с краевым симметричным разрезом под действием нормальной сосредоточенной силы (рис. 1). Определяются напряжения по оси симметрии клина. Разложим нагрузку на симметричную и обратно-симметричную. Отсутствие касательных напряжений и горизонтальных перемещений при действии симметричной нагрузки и нормальных напряжений и вертикальных перемещений при действии обратно-симметричной по оси разреза для $\bar{x} > l$ приводит к следующим уравнениям:

$$\int_1^\infty \sigma(\xi) K_1(x,\xi)\, d\xi + \frac{\delta_1}{l} = \frac{P}{l} K_1(x,a);$$

$$\int_1^\infty \tau(\xi) K_2(x,\xi)\, d\xi + \frac{\delta_2}{l} = \frac{P}{l} K_3(x,a), \quad x = \frac{\bar{x}}{l}; \quad \xi = \frac{\bar{\xi}}{l},$$

где $\sigma(x)$, $\tau(x)$ — соответственно законы распределения нормальных и касательных напряжений по оси разреза; $K_i(x,\xi)$ — радиальные и тангенциальные перемещения точек грани клина с углом при вершине 2α от действия единичной силы, нормальной и касательной к грани ($i = 1,2,3$); δ_i – перемещение точки $\bar{x} = l$ относительно вершины клина ($i = 1,2$).

Выражения для $K_i(x,\tau)$ ($i = 1,2,3$) с точностью до постоянной найдены на основании известных результатов Я.С.Уфлянда [1] с использованием методов специальной аппроксимации [2] и имеют вид:

$$K_1(x,a) = -\frac{2}{\pi E}\ln\left|\frac{x^{\beta}-a^{\beta}}{a^{\beta}}\right|; \quad \beta=\frac{\pi}{2}\,\frac{4\alpha+\sin 4\alpha}{4\alpha^2-\sin^2 2\alpha};$$

$$K_2(x,a) = -\frac{2}{\pi E}\ln\left|\frac{x^{d}-a^{d}}{a^{d}}\right|; \quad d=\frac{\pi}{2}\,\frac{4\alpha-\sin 4\alpha}{4\alpha^2-\sin^2 2\alpha};$$

$$K_3(x,a) = \frac{1}{2E}\left[\pm\left(\frac{4\alpha^2}{C}-\nu\right)\mp\frac{\sin^2 2\alpha}{C}\,\frac{x^{\frac{\pi}{c}}-a^{\frac{\pi}{c}}}{x^{\frac{\pi}{c}}+a^{\frac{\pi}{c}}}\right]; \qquad (2)$$

$$C=4\alpha^2-\sin^2 2\alpha,$$

где 2α — угол раствора клина (рис. 1) ; E, ν — соответственно модуль упругости и коэффициент Пуассона материала клина.

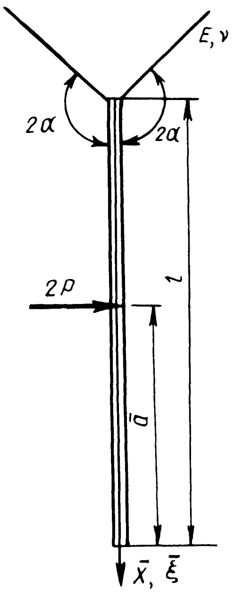

Рис. 1.

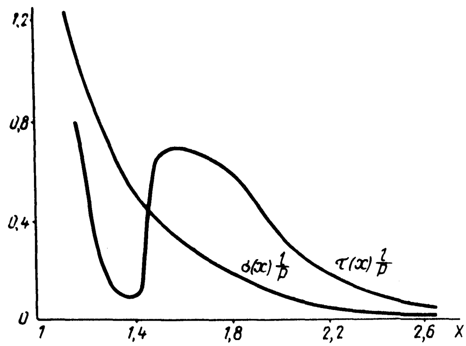

Рис. 2.

В третьем выражении из (2) верхний знак берется для $x < a$, в противном случае берется нижний знак. Примем

$$\sigma(x) = \frac{\beta}{x\sqrt{x^{2\beta}-1}}\cdot\sum_{m=0}^{\infty} A^{1}_{2m+1}\,T_{2m+1}(x^{-\beta});$$

$$\tau(x) = \frac{d}{x\sqrt{x^{2d}-1}} \sum_{m=0}^{\infty} A^{2}_{2m+1}\, T_{2m+1}(x^{-d}); \tag{3}$$

$T_{\kappa}(z) = \cos(\kappa \arccos z)$.

В дальнейшем используем следующие соотношения [3] :

$$\int_0^1 \ln\left|\frac{x-\xi}{x+\xi}\right| T_{2m+1}(\xi)\frac{d\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{\pi}{2m+1} T_{2m+1}(x);$$

$$\ln(x+\xi) = -\ln 2 - 2\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{\kappa}}{\kappa} T_{\kappa}(x)T_{\kappa}(\xi); \quad 0 \leqslant x, \xi \leqslant 1. \tag{4}$$

Подставим (3) в (1) и используем соотношение (4). Полученное равенство умножим на $T_{2n+1}(v)\,(1-v^2)^{-1/2}dv$ $(v=x^{-\beta},\ x^{-d})$ и $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$ и проинтегрируем в пределах (0,1). Получаются бесконечные системы следующего вида:

$$\begin{cases}
\sum\limits_{m=0}^{\infty} d_{m,n}A^{i}_{2m+1} + \dfrac{(-1)^n}{2n+1} C_i = f^{i}_{n}, \quad n=0,1,2,\ldots \quad i=1,2; \\[2ex]
d_{m,n} = -4(-1)^{m+n}\dfrac{2n+1}{2m+1}\sum\limits_{\kappa=1}^{\infty}\dfrac{\kappa}{[(2m+1)^2-4\kappa^2]\,[(2n+1)^2-4\kappa^2]}; \qquad (5) \\[2ex]
d_{m,m} = -\dfrac{\pi^2}{8(2m+1)} - 4\sum\limits_{\kappa=1}^{\infty}\dfrac{\kappa}{[(2m+1)^2-4\kappa^2]^2}; \\[2ex]
C_1 = \dfrac{\pi E}{2l}\delta_1 + \dfrac{P}{l}\ln\dfrac{a^{\beta}}{2}; \quad C_2 = \dfrac{\pi E}{2l}\delta_2 + \dfrac{P}{l}\ln\dfrac{a^{d}}{2}; \\[2ex]
\dfrac{1}{P} f^{1}_{n} = -\dfrac{\pi}{2}\sum\limits_{\kappa=1}^{\infty}\dfrac{a^{\beta\kappa}}{2^{\kappa}\kappa(1+\kappa)B\left(\dfrac{\kappa+3}{2}+n,\ \dfrac{\kappa+1}{2}-n\right)} + \\[2ex]
+\sum\limits_{\kappa=1}^{\infty}\dfrac{2n+1}{\kappa[4\kappa^2-(2n+1)^2]}; \\[2ex]
\dfrac{1}{P} f^{2}_{n} = -\dfrac{\pi^2}{4}\sum\limits_{\kappa=0}^{\infty}\dfrac{\sin^2 2\alpha'}{C}\dfrac{(-1)^{\kappa} a^{\frac{\pi\kappa}{C}}}{2^{\frac{\pi\kappa}{Cd}}\left(1+\dfrac{\pi\kappa}{Cd}\right)B\left(n+\dfrac{\pi\kappa}{2Cd}+\dfrac{3}{2},\ \dfrac{\pi\kappa}{2Cd}+\dfrac{1}{2}-n\right)},
\end{cases}$$

где $B(x,y)$ – бета-функция.

Можно показать, что

$$\sum_{m=0}^{\infty} d_{m,n} < 2\ln \left| \frac{2n+3}{2n-1} \right| ;$$

$$\lim_{n \to \infty} f_n^i = 0.$$

Поэтому систему (5) можно решать методом усечения. Коэффициенты концентрации напряжений [2] у вершины разреза определяются выражениями

$$к_1 = \lim_{x \to 1} \sigma(x)\sqrt{x-1} = \sqrt{\frac{\beta}{2}} \sum_{m=0}^{\infty} A^1_{2m+1} ;$$

$$к_2 = \lim_{x \to 1} \tau(x)\sqrt{x-1} = \sqrt{\frac{d}{2}} \sum_{m=0}^{\infty} A^2_{2m+1} .$$

На рис. 2 приведены эпюры $\sigma(x)$ и $\tau(x)$ при $a = 0{,}5$ и $2\alpha = \frac{\pi}{2}$. Предполагаемую методику расчета можно обобщить на случай действия нормальных сил, приложенных к разрезу и распределенных по любому закону.

Также очевидно, что напряженное состояние клина определяется внешней нагрузкой, приложенной к разрезу и найденными законами распределения напряжений.

ЛИТЕРАТУРА

1. У ф л я н д Я.С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. — М.-Л., 1967. 2. Развитие теории контактных задач в СССР /Под ред. Л.А.Галина. — М., 1976. 3. П о п о в Г.Я. О методе ортогональных многочленов в контактных задачах теории упругости. — ПММ, 1969, 33, № 3.

УДК 539.3.01

Н.Н.Флусов

К ВОПРОСУ О ПРИМЕНЕНИИ R-ФУНКЦИЙ В ЗАДАЧАХ ТРЕХМЕРНОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Задача трехмерной теории упругости в перемещениях сводится к отысканию бигармонических функций, т.е. удовлетворяющих уравнению

$$\Delta^2 u_i = 0; \quad i = 1, 2, 3 \tag{1}$$