

Г.Ф. Ершов, докт.техн.наук,
Н.Н. Буткевич, канд.техн.наук,
Ф.И. Подгайский, ассистент
(БПИ)

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ЖЕСТКОГО ТРЕУГОЛЬНОГО СТЕРЖНЕВОГО ЭЛЕМЕНТА, ПОДВЕРГАЕМОГО МЕХАНИЧЕСКОМУ И ТЕМПЕРАТУРНОМУ НАГРУЖЕНИЯМ

Ряд строительных сооружений выполняется в виде стержневых систем, в которых стержни играют роль элемента, несущего нагрузку.

Теоретическому расчету напряженно-деформированного состояния статически-неопределимых стержневых систем посвящено множество работ, в которых для решения систем дифференциальных уравнений применяются такие методы, как метод конечных разностей, конечных элементов, метод сеток и т.д. Результаты этих методов не всегда дают наглядное представление о напряженном состоянии элемента. Кроме того, теоретически сложно сформулировать начальные и граничные условия нагружения. В связи с этим представляется интересным и целесообразным для решения таких задач параллельно с теоретическим привлекать экспериментальные методы.

В работе исследовалось напряженное состояние элемента стержневой системы, представляющей собой сферический каркас. Объектом исследования в первом приближении служил равнобедренный плоский треугольник, из набора которых состоит каркас с жестким соединением прямолинейных стержней. Стержни изготавливались из оптически-чувствительного материала ЭД-20М (способ приготовления описан в работе [1]), затем сваривались эпоксидным клеем. Поперечное сечение стержня и эпюры напряжений представлены на рис. 1.

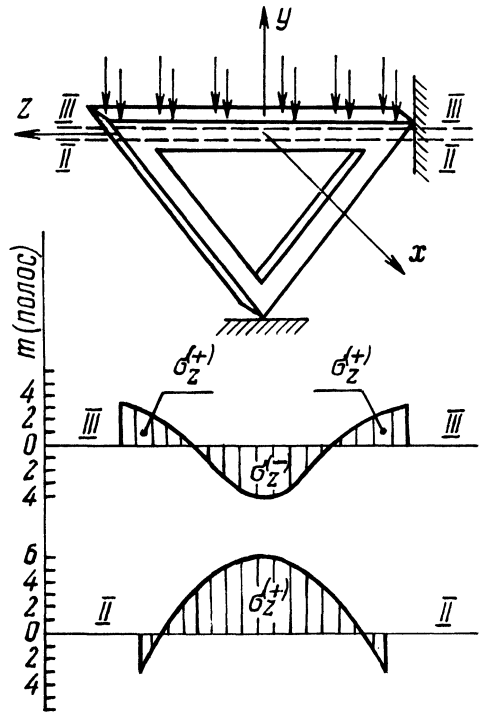


Рис. 1. Эпюры распределения напряжения σ_z по сечениям II—II и III—III при нагружении треугольного стержневого элемента равномерно распределенной нагрузкой на стержень наибольшей длины.

В естественных условиях такой элемент несет сложную нагрузку и в зависимости от вида нагружения может вести себя по-разному. Известно, например, какую роль играют критические нагрузки на стержень, закрепленный по концам, а величина самой критической нагрузки сильно зависит от жесткости стержня на изгиб и растяжение, которые в свою очередь связаны с характером напряженного состояния.

В экспериментах было учтено то обстоятельство, что исследования проводились на моделях, размеры которых значительно меньше по сравнению с натуральными объектами, а для переноса результатов на натуру необходимо соблюдать определенные условия. В связи с этим размеры стержней выбирались такими, чтобы отношение длины стержня к его поперечному сечению было не менее 10. В этом случае коэффициент геометрического подобия толщин можно выбирать отличным от коэффициента общего геометрического подобия, в результате чего обеспечивается удобная для эксперимента толщина модели (аффинное подобие) [2].

Нагружение модели производилось по следующим схемам.

1. Нагружение равномерно-распределенной нагрузкой на стержень наибольшей длины (рис. 1).

2. Нагружение стержневого треугольника усилиями, приложенными к углам (рис. 2, а и б).

3. Температурное нагружение (рис. 3).

Для определения разности главных напряжений $\sigma_1 - \sigma_2$ по картине полос применялся основной закон фотоупругости

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_0^{(1,0)} m/d,$$

где $\sigma_0^{(1,0)}$ — оптическая постоянная материала, определяемая тарировкой модели; m — порядок полосы, отсчитываемой от изотропной области; d — толщина модели.

Расчет нормальных напряжений по некоторым характерным сечениям производился исходя из уравнений равновесия:

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0$$

с помощью метода разности касательных напряжений [3]. Необходимые для расчета данные (картина полос — линии равных значений разности главных напряжений $\sigma_1 - \sigma_2$, изоклины — линии равных наклонов σ_1 и σ_2 , необходимые для построения траектории σ_1 и σ_2) снимались на поляризационной установке БПУ непосредственно при нагружении. Расчет напряжений во всех случаях нагружения производился по сечениям II—II и III—III. При нагружении по схемам рис. 2, а и б напряжения σ_z рассчитывались по дополнительным сечениям I—I, IV—IV и VI—VI. Температурные напряжения рассчитывались только по сечениям II—II и V—V вследствие их симметрии относительно центральной оси направления Z. Эпюры контурных напряжений, которые в данном случае можно построить непосредственно по картине полос

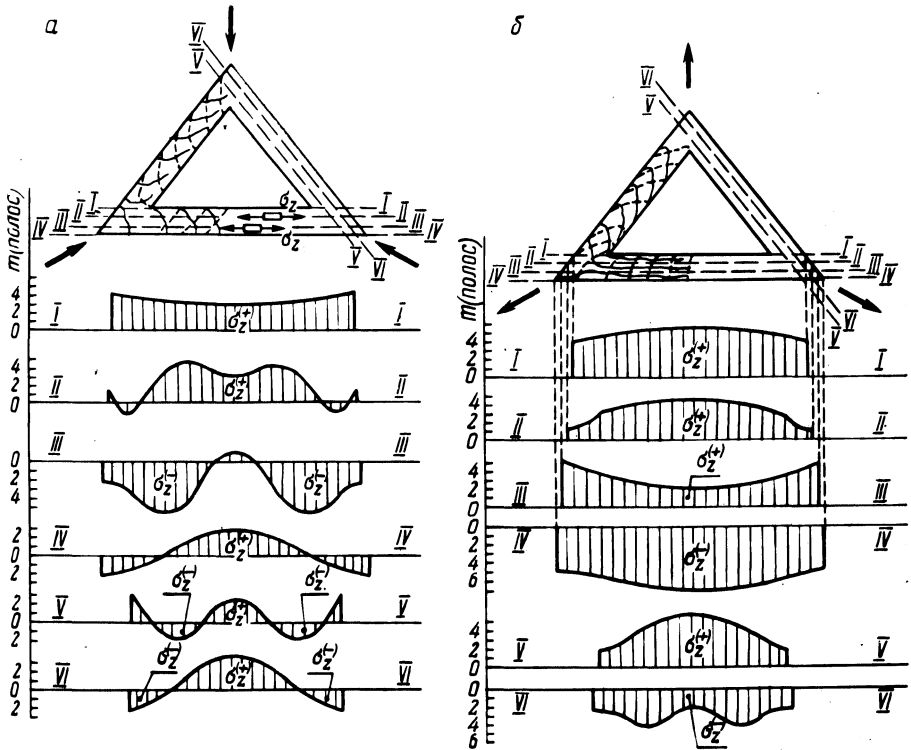


Рис. 2. Эпюры распределения напряжений σ_z по сечениям I—I, II—II, III—III, IV—IV, V—V, VI—VI при нагружении треугольного стержневого элемента сжимающими (а) и растягивающими (б) усилиями, приложенными в узлах.

(на свободном контуре одно из главных напряжений равно нулю), в работе приводились, так как на контуре напряжения распределены более равномерно.

1. **Напряжения, возникающие при механическом нагружении.** На рис. 1 и 2, а,б под схемами нагружения приведены эпюры распределения напряжений σ_z по вышеуказанным сечениям. В любом из трех видов нагружения существуют большие зоны растягивающих напряжений σ_z , которые могут ослабить конструктивную прочность стержня. Из сравнения эпюр напряжений, соответствующих разным схемам нагружения, можно судить о том, какие комбинации нагружений благоприятны, а какие неблагоприятны, в каких случаях комбинированных нагрузок напряжение в данной точке можно свести к минимуму и выявить места концентрации напряжений. Из сравнения картины полос и эпюр нормального напряжения σ_z можно заключить, что максимальные сдвигающие напряжения концентрируются вблизи углов, а нормальные напряжения σ_z в средних сечениях (рис. 2,а).

2. Температурное нагружение стержневого треугольного элемента осуществлялось медленным нагревом модели в веретенном масле до температуры 100°C с последующим быстрым охлаждением ее в проточной воде (5°C). При этом в модели согласно [1] фиксировалась картина полос $\sigma_1 - \sigma_2$, которая в каждой точке соответствовала максимальным значениям температурных напряжений в каждый момент времени. Так как поперечное сечение стержня значительно меньше его длины, то температурный градиент во времени можно считать незначительным по любому из направлений в плоскости поперечного сечения стержня. Эпюры температурных напряжений σ_z для сечений II-II и V-V приведены на рис. 3.

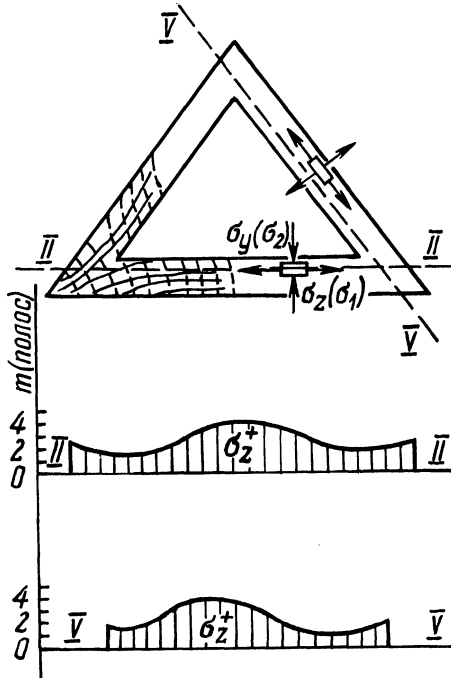


Рис. 3. Эпюры температурных напряжений σ_z по сечениям II-II (основание) и V-V (боковой стержень).

Для расчета температурных напряжений применялся основной закон фотоупругости, где на оптическую постоянную вносились поправки. На рис. 4 приведена графическая зависимость оптической постоянной от температуры, из которой следует, что наиболее интенсивное изменение оптической постоянной происходит в зоне $55-70^{\circ}\text{C}$. При этой же температуре идет наиболее интенсивное образование температурных напряжений. Принимая на температурных участках ΔT_1 и ΔT_2 линейную зависимость $\sigma_{(1,0)}(T)$ (рис. 4), вычисляем усредненные значения оптической постоянной на этих участках

$\sigma_{01}^{(1,0)}$ для интервала ΔT_1 и $\sigma_{02}^{(1,0)}$ для интервала ΔT_2 . Учитывая, что полосы низких порядков ($m \leq 2$) образуются в интервале температур ΔT_2 , а полосы высших порядков ($m > 2$) образуются в интервале температур ΔT_1 , получаем:

$$\zeta = \begin{cases} \frac{\sigma_{01}^{(1,0)} m}{d} & (m > 2); \\ \frac{\sigma_{02}^{(1,0)} m}{d} & (m \leq 2). \end{cases}$$

На основе этих допущений были построены эпюры температурных напряжений σ_z по сечениям II-II и V-V.

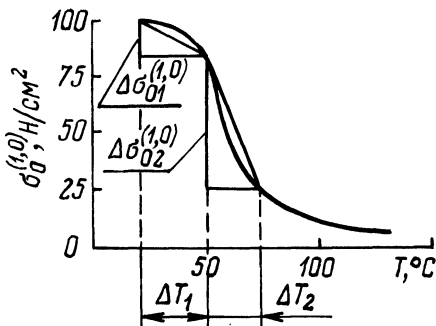


Рис. 4. Выбор оптической постоянной материала модели $\sigma_{0i}^{(1,0)}$ для определения температурных напряжений.

Анализ и сравнение эпюр напряжений по всем сечениям для приведенных схем нагружения дают следующие результаты:

а) при нагружении стержневого треугольного элемента по схеме I возникают большие зоны растягивающих напряжений σ_z , охватывающие 80% длины стержня;

б) при нагружении стержневого треугольника по схеме рис. 2,а и б стержни испытывают сложное напряженное состояние, причем наиболее неравномерное распределение нагрузки наблюдается во внутренних сечениях, близких к свободной поверхности;

в) комбинированным нагружением стержневого элемента можно добиться некоторого ослабления растягивающих усилий σ_z (сечение II-II, нагружение по схеме I + нагружение по схеме рис. 2,а), в то же время комбинированное нагружение (схема I + схема рис. 2,б) дает сильное увеличение растягивающих напряжений в том же сечении;

г) при температурном нагружении стержневого элемента и величина, и направление температурных напряжений зависят от размеров стержней. Из рис. 3 видно, что максимум растягивающих напряжений σ_z в боковом стержне смещен относительно максимума σ_z в стержне основания (в боковом стержне сечение V-V, в основании сечение II-II);

д) так как во всех продольных направлениях стержней температурные напряжения σ_z растягивающие, то любая их комбинация с растягивающими напряжениями от механического нагружения является опасной.

Л и т е р а т у р а

1. Б у т к е в и ч Н.Н. Исследование напряженного состояния ковочных штампов с неоднородным термическим упрочнением. — Автореферат дис. ... канд. техн. наук. — Минск, 1972. — 25 с. 2. Метод фотоупругости. /Под общ. ред. Г.Л. Хесина. — М.: Стройиздат, 1975. Т. 1. — 275 с. 3. Ф р о х т М.М. Фотоупругость. — М.: Изд-во иностр. лит., 1948. Т. 1. — 450 с.

УДК 539.3

В.Н. Апанович, аспирант
(БПИ)

ПРИМЕНЕНИЕ ВАРИАЦИОННОГО УРАВНЕНИЯ ЛАГРАНЖА К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ О НЕСТАЦИОНАРНЫХ КОЛЕБАНИЯХ ТРЕХМЕРНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ

В работе решение задач о нестационарных колебаниях упругих тел при динамическом нагружении предлагается производить на основе вариационного уравнения Лагранжа [1]

$$\int_V (\vec{K} - \rho \frac{\partial^2 \vec{U}}{\partial t^2}) \cdot \delta \vec{U} dV - \int_V T \cdot \delta E dV + \int_S \vec{F} \cdot \delta \vec{U} dS = 0, \quad (1)$$

где \vec{K} — вектор объемных сил; \vec{F} — вектор поверхностных сил; $\delta \vec{U}$ — вектор возможных перемещений; $T \cdot \delta E$ — бискалярное произведение тензора напряжений на тензор возможных деформаций; ρ — плотность материала.

Представим вектор упругих смещений тела в виде разложения по собственным формам колебаний

$$\vec{U}(x, y, z, t) = \sum_{i=1}^N a_i(t) \vec{U}_i(x, y, z). \quad (2)$$

Подставляя выражение (2) в уравнение (1) и используя условие ортогональности собственных форм $(\rho \vec{U}_i, \vec{U}_j)_V = 0, i \neq j$ и формулу Релея [2], получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{d^2 a_i}{dt^2} + \omega_i^2 a_i = \frac{(\vec{F}, \vec{U}_i)_S}{(\rho \vec{U}_i, \vec{U}_i)_V}, \quad i = 1, 2 \dots N. \quad (3)$$

Решение уравнений (3) при $t=0$ должно удовлетворять начальным условиям

$$a_i(0) = g_i; \quad \left. \frac{da_i}{dt} \right|_{t=0} = h_i. \quad (4)$$