

**АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ ФИЛЬТРАЦИИ ОДНОРОДНЫХ И НЕОДНОРОДНЫХ ЖИДКОСТЕЙ
В ТРЕЩИНОВАТЫХ СРЕДАХ**

В основе подавляющего большинства современных исследований лежит широко распространенная модель трещиновато-пористой среды в виде системы двух вложенных разномасштабных сред — трещинной и пористой, впервые предложенная Г.И. Баренблаттом, Ю.П. Желтовым, И.Н. Кочиной [1]. Позже эта модель была использована В.М. Рыжиком [2], А.А. Боксерманом, В.Л. Даниловым, Ю.П. Желтовым, А.А. Кочешковым [3] при изучении движения несмешивающихся жидкостей. Осреднение характеристик среды и потока производится по объемам, содержащим достаточно большое число блоков и трещин. Значения осредненных параметров каждой "составляющей" среды и содержащихся в них жидкостей относятся в единую точку области течения так, что в каждой точке пространства вводятся два давления (давление жидкости в порах и в трещинах), две скорости и т.д. Введение двойных характеристик в каждой точке области течения позволяет отдельности рассматривать процессы фильтрации в порах и трещинах. Взаимное влияние этих процессов обеспечивается обменным потоком жидкости между средами, причем режим обмена принимается, как правило, квазистационарным. Основные трудности при использовании этой теории связаны с определением величины обмена жидкостями между системой трещин и пористыми блоками (входящей в исходные дифференциальные уравнения), поскольку при вычислении характеристик потока через поверхности блоков (трещин) необходимо знать их конфигурации. Схема растресканности породы в недрах, как правило, остается неизвестной, поэтому при вычислении этой величины приходится принимать ряд допущений.

Согласно теории вложенных сред, расход жидкости в любом сечении пласта (например, на скважине) определяется величинами дифференцированного притока (оттока) жидкостей по трещинам и блокам. Такое разделение потока жидкостей значительно усложняет расчетную схему нефтяного пласта. Известно [4], что во многих случаях, особенно при неизвестной величине обмена жидкостями между средами, трещиновато-пористый пласт более целесообразно рассматривать как единую среду. При этом существующий обмен жидкостями между средами различных физических свойств учитывается неявным образом при векторном сложении скоростей фильтрации по трещинам и порам блоков горной породы. Заметим, что расчетные формулы, полученные с использованием последней модели, являются наиболее общими, поскольку в них учитывается нелинейность фильтрации в трещинах.

На примере установившегося линейного течения однородной жидкости в трещиновато-пористой среде покажем совпадение конечных формул для расчета характеристик потока, полученных на основе названных моделей фильтрации, и приведем обобщение последней модели на случай течения неоднородных жидкостей.

1. Согласно последней модели, при осреднении параметров пласта и жидкости по выбранным элементарным объемам породы, содержащим (с точки зрения механики сплошных сред) достаточное число трещин и блоков, примем, что в каждой точке области течения фильтрационный поток характеризуется суммарной скоростью движения по трещинам и пористым блокам. При этом нелинейный закон фильтрации в трещинах описывается уравнением

$$\vec{v}_1 = -B_1 (\|\nabla P\|) \nabla P, B_1 = [(1 + 4\beta\lambda\Delta P K_1/\mu)^{0,5} - 1] / 2\beta\|\nabla P\|, \quad (1)$$

а скорость фильтрации \vec{v}_2 в пористых блоках определяется согласно закону Дарси

$$\vec{v}_2 = -K_2 \nabla P / \mu. \quad (2)$$

Здесь K_1, K_2 — соответственно проницаемости трещин и пористых блоков; μ — вязкость жидкости; ∇P — градиент давления P ; β — коэффициент при втором слагаемом двучленного закона фильтрации [5].

Для суммарного потока жидкости имеем следующий обобщенный закон фильтрации:

$$\begin{cases} \vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 = -B_2 (\|\nabla P\|) \nabla P; \\ B_2 = K_2/\mu + [(1 + 4K_1\|\nabla P\|\beta/\mu)^{0,5} - 1] / 2\beta\|\nabla P\|. \end{cases} \quad (3)$$

Исключив из соотношений (1) — (3) модули скоростей v_1 и v_2 , получим выражение для градиента давления

$$\begin{cases} \nabla P = -A_2(v) \vec{v}, A_2 \cdot B_2 = 1; \\ A_2 = \mu \{ [1 + \lambda + 2\beta v - [(1 + \lambda)^2 + 4\beta\lambda v]^{0,5}] / 2\beta K_2 v; \lambda = K_1/K_2. \end{cases} \quad (4)$$

Воспользовавшись общеизвестной схемой вывода формул для расчетного поля давлений и дебита скважины, вскрывающей в центре круговой трещиновато-пористый пласт, сравним конечные результаты, полученные на основе описанной модели и модели вложенных сред. Для среды с двойной пористостью давления P_1, P_2 соответственно в трещинах и пористых блоках кругового пласта описываются уравнениями [1]

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{K_1}{\mu} \frac{dP_1}{dr} \right) + \frac{a_1}{\mu} (P_2 - P_1) = 0; \quad \frac{d}{dr} \left(r \frac{K_2}{\mu} \frac{dP_2}{dr} \right) - \frac{a_1}{\mu} (P_2 - P_1) \quad (5)$$

(a_1 — безразмерная характеристика среды, пропорциональная проницаемости пористых блоков и площади поверхности трещин). Складывая эти уравнения, запишем первый интеграл в виде

$$K_1 dP_1 + K_2 dP_2 = \frac{Q \mu}{2\pi h r} dr, \quad (6)$$

где Q — постоянный дебит скважины; h — толщина пласта. При интегрировании (6) воспользуемся краевыми условиями первого рода применительно к трещиновато-пористому пласту:

$$P_i / r = r_c = P_c, \quad P_i / r = r_k = P_k \quad (i = 1, 2). \quad (7)$$

Здесь P_c, P_k – постоянные давления на скважине радиуса r_c и на контуре кругового пласта радиуса r_k . Получим

$$Q = 2\pi h (K_1 + K_2) (P_k - P_c) / \mu \ln (r_k / r_c). \quad (8)$$

Такая же формула для дебита скважины следует из (1.26) [4] при линейной фильтрации ($\beta = 0$).

Согласно (7) разность значений давления в порах и трещинах $u = P_2 - P_1$ на границе кругового пласта равна нулю. Она равна нулю и внутри области течения, поскольку при вычитании уравнений (5) получим линейное однородное уравнение. Его решение при однородных граничных условиях является тривиальным. Следовательно, при выполнении условий (7) и установившейся фильтрации давление жидкости в трещинах совпадает с давлением в пористых блоках $P_f = P_2 = P$. Подставив P вместо P_1 и P_2 в уравнение (6), проинтегрируем его с учетом условия (7) на контуре кругового пласта. Получим формулу для расчета поля давлений в трещиновато-пористом пласте, которая совпадает с решением (1.29) [4].

Таким образом, формулы (1.26), (1.28) [4], выписанные при $\beta = 0$, совпадают с соответствующими решениями, полученными согласно теории вложенных сред [1]. Следовательно, при установившейся линейной фильтрации сравниваемые схемы расчета гидродинамических задач для трещиновато-пористых сред эквивалентны. Однако решения (1.26), (1.28) [4] при $\beta \neq 0$ являются наиболее общими. Они получены с учетом нелинейности фильтрации в трещинах горных пород. Как частный случай из них следуют решения соответствующих задач при линейной фильтрации.

2. При фильтрации двухфазной жидкости (вода–нефть) каждая фаза в окрестности некоторой точки трещиноватой среды характеризуется своим значением среднего давления. Следовательно, при стягивании поверхности элементарного объема породы согласно теории механики сплошных сред в каждой точке области фильтрации можно ввести два значения давления: P_1 для воды и P_2 для нефти. Разность между ними

$$P_2 - P_1 = P_{k'} \quad (9)$$

т.е. капиллярный скачок давления может достигать значительных величин при малых размерах порового пространства и, следовательно, ее роль существенна для фильтрационных процессов в малопроницаемых средах. Известно [5], что в большинстве случаев при рассмотрении фильтрационных процессов во всей нефтяной залежи в целом влияние капиллярных сил на распределение давления незначительно и их действие сказывается косвенно, через локальные процессы перераспределения фаз, вызывающие изменение лишь местных гидравлических сопротивлений. Поэтому при решении конкретных задач фильтрации для целой нефтяной залежи с чисто трещиноватыми коллекторами (размеры трещин которых значительно больше размеров поровых каналов) с достаточной точностью для практики будем считать, что обычный перепад внешнего давления (создающий фильтрационный поток) между двумя точками области течения на много превышает среднюю разность давлений

(9), т.е. будем пренебрегать значением капиллярного скачка давления P_K ($P_1 = P_2 = P$).

Движение каждой из фаз характеризуется вектором скорости фильтрации данной фазы \vec{u}_i . Аналогично скорости фильтрации однофазной жидкости в чисто трещиноватом пласте \vec{u}_i будем определять формулой вида (1)

$$\vec{u}_i = - [(1 + 4\beta |\nabla P| K_1 f_i / \mu_i)^{0,5} - 1] \nabla P / 2\beta |\nabla P|. \quad (10)$$

Здесь, следуя известной теории движения многофазной жидкости при линейном законе фильтрации, взаимное торможение каждой фазы учитывается введением относительной фазовой проницаемости f_i , зависящей от насыщенности s одной из фаз, μ_i — вязкость i -й фазы.

Степень искривления линий фазовых проницаемостей зависит от силы взаимного торможения жидкостей. Последняя в большинстве случаев обусловливается капиллярными эффектами. Из результатов экспериментальных исследований [6] следует, что по мере перехода от линейного закона сопротивления к нелинейному (10) кривые безразмерных проницаемостей для аналога нефти и воды, отнесенные к абсолютной величине проницаемости при линейной фильтрации воды, выпрямляются и точки их пересечения перемещаются вверх (см. рис. в работе [6]). Это еще одно косвенное подтверждение того, что при фильтрации многофазной жидкости в чисто трещиноватой среде влияние капиллярных эффектов незначительно. Кроме того, если при линейном законе фильтрации на форму кривых относительных проницаемостей могут оказывать влияние различные факторы [7], то при нелинейном законе сопротивления в чисто трещиноватой среде безразмерные фазовые проницаемости достаточно хорошо описываются однозначными линейными функциями насыщенностей (пропорциональны соответствующим насыщенностям). При любых значениях насыщенностей происходит совместная фильтрация обеих несмешивающихся фаз, т.е. остаточная насыщенность водой или аналогом нефти отсутствует [6].

Для получения замкнутой системы уравнений (9), (10) относительно неизвестных функций давления P и насыщенности s необходимо записать уравнения сохранения массы для обеих фаз. Общий вид этих уравнений не зависит от выбора закона фильтрации, поэтому воспользуемся готовым результатом из теории линейной фильтрации

$$m_1 \frac{\partial s}{\partial t} - \text{div } \vec{u}_1 = 0; \quad m_1 \frac{\partial s}{\partial t} + \text{div } \vec{u}_2 = 0. \quad (11)$$

При выводе уравнений (11) жидкости и среда считаются несжимаемыми; s — насыщенность чисто трещиноватой среды пористости m_1 водой ($1-s$ — насыщенность нефтью).

При анализе общих свойств полей насыщенности $s(x,t)$ и давления $P(x,t)$ рассмотрим систему нелинейных уравнений

$$\left\{ m_1 \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{1}{x^{n-1}} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ x^{n-1} [(1 + 4\beta K_1 \frac{\partial P}{\partial x} f_1 / \mu_1)^{0,5} - 1] / 2\beta \right\} = 0; \right. \quad (12)$$

$$\begin{cases} m_1 \frac{\partial s}{\partial t} - \frac{1}{x^{n-1}} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ x^{n-1} \left[(1+4\beta K_1 \frac{\partial P}{\partial x} f_2/\mu_2)^{0,5} - 1 \right] / 2\beta \right\} = \\ = 0, \end{cases} \quad (12)$$

описывающую одномерное движение двухфазной жидкости в чисто трещиноватом пласте ($n = 1, 2, 3$ соответственно для линейного, радиального или сферического течения).

Вычитая одно уравнение из другого, получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ x^{n-1} \left[(1+4\beta K_1 \frac{\partial P}{\partial x} f_1/\mu_1)^{0,5} - 1 \right] / 2\beta + x^{n-1} \left[(1+ \right. \right. \\ \left. \left. + 4\beta K_1 \frac{\partial P}{\partial x} f_2/\mu_2)^{0,5} - 1 \right] / 2\beta \right\} = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

В силу несжимаемости жидкости каждое слагаемое под знаком производной, умноженное на характерный размер λ_n площадки D_n (перпендикулярной направлению движения), есть расход фазы $q_i(x, t)$ вдоль трубки тока. В частности, когда течение плоско-радиальное, площадь цилиндрической поверхности $D_2 = \lambda_2 x / x = r = 2\pi h r_c$ ($\lambda_2 = 2\pi h$; h — толщина пласта; r_c — радиус скважины). Согласно (13), суммарный расход двухфазной жидкости $q(x, t)$ не зависит от x .

Из (13) имеем

$$\begin{aligned} (1+4\beta K_1 \frac{\partial P}{\partial x} f_1/\mu_1)^{0,5} + (1+4\beta K_1 \frac{\partial P}{\partial x} f_2/\mu_2)^{0,5} = \\ = 2 + 2\beta q(t) / \lambda_n x^{n-1}. \end{aligned} \quad (14)$$

Отсюда

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial x} = 1(1+2)(1+4)\mu_1/4\beta K_1 \left\{ (1+2)(f_1+\mu_0 f_2) + 2[(f_1-\mu_0 f_2)^2 + \right. \\ \left. + (1+2)^2 \mu_0 f_1 f_2]^{0,5} \right\}; \\ \mu_0 = \mu_1/\mu_2, \quad l = 2\beta q(t) / \lambda_n x^{n-1} \end{cases} \quad (15)$$

(второе решение уравнения (14) относительно $\partial P/\partial x$ не имеет физического смысла).

Подставив (15) в любое из уравнений (12), получим уравнение для поля насыщенности $s(x, t)$. В частности, при $q = q_0 = \text{const}$, $n = 1$ и единичной толщине пласта имеем

$$m_1 \frac{\partial s}{\partial t} + q_0 F'(s) \frac{\partial s}{\partial x} = 0. \quad (16)$$

Здесь F' — производная от функции

$$F(s) = \frac{1}{l} \left\{ 1 + \frac{1(1+2)(1+4)f_1}{(1+2)(f_1+\mu_0 f_2) + 2\sqrt{(f_1-\mu_0 f_2)^2 + (1+2)^2 \mu_0 f_1 f_2}} \right\}^{0,5}. \quad (17)$$

При $\beta \rightarrow 0$ ($l = 2 \beta q_0 / D_1 \rightarrow 0$) (17) совпадает с известной функцией Бакли–Левверетта [7]

$$f(s) = f_1 / (f_1 + \mu_0 f_2). \quad (18)$$

На рис. 1 приведены графики функции $F(s)$ при $\beta = 10^3$ с/м, $q_0 = 5 \cdot 10^{-4}$ м³/с. Кривые I построены для искривленных линий относительных проницаемостей: $f_1 = s^2$, $f_2 = (1-s)^2$; кривые II — для прямолинейных зависимостей: $f_1 = s$, $f_2 = 1-s$, пунктирными линиями построены соответствующие графики функции (18). Эти и другие графики функции $F(s)$ при различных значениях β, q_0 качественно не отличаются от $f(s)$. Линии $F(s)$ так же, как и $f(s)$, имеют точку перегиба для нелинейных зависимостей $f_1(s), f_2(s)$ и не имеют такую точку для линейных функций $f_1(s), f_2(s)$. При практически изменяющихся величинах β, q_0 наблюдается незначительный разброс соответствующих значений функций $f(s)$ и $F(s)$, что свидетельствует о малой деформации кривой $F(s)$. Последнее утверждение может быть использовано при упрощении практических расчетов путем замены сложной функции $F(s)$ наиболее простой $f(s)$. Если учесть, что достоверный вид функций относительных проницаемостей $f_1(s), f_2(s)$, как правило, мало известен, то такое упрощение допустимо во многих случаях при решении практических задач.

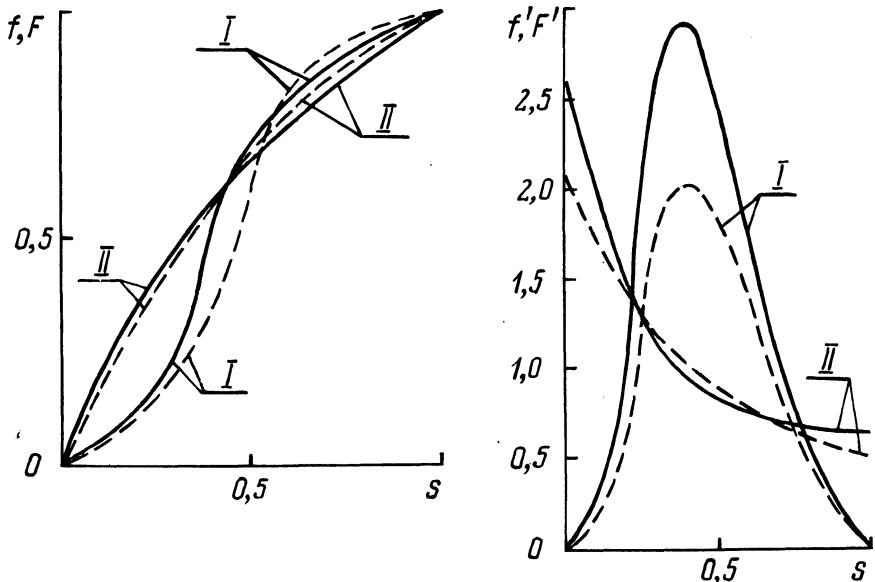


Рис. 1.

Соответствующие графики производных $F'(s), f'(s)$ также приведены на рис. 1. При отсутствии точек перегиба кривых $f(s), F(s)$ графики производных монотонно убывают (рис. 1, кривая II). $F'(s)$ и $f'(s)$ являются однозначными функциями насыщенности s . Однозначность этих функций нарушается

при нелинейной зависимости относительных проницаемостей f_1, f_2 от насыщенности s (рис. 1, кривая 1). Каждому значению $f'(s)$ или $F'(s)$ соответствуют два значения насыщенности: s_1, s_2 .

Следуя теории Бакли—Левретта, решение уравнения (16), (17)

$$s = C_1, x = q_0 F'(s) t / m_1 + C_2 \quad (19)$$

имеет разрыв первого рода (терпит скачок) при нелинейной зависимости относительных проницаемостей от насыщенности. Для линейных функций $f_1(s), f_2(s)$ это решение будем непрерывным. Заметим, что при учете капиллярной разности давлений (9) решение вида (19) непрерывно при любых функциях $f_1(s), f_2(s)$.

Зная начальное (при $t = 0$) размещение точки $x(s, 0)$ с насыщенностью s , из (19) можно определить положение этой точки в любой момент времени

$$x = x(s, 0) + (q F'(s) / m_1) t. \quad (20)$$

Здесь $q_0 F'(s) / m_1$ — скорость распространения насыщенности заданной величины s .

На рис. 2 в качестве примера приведены поля насыщенностей s в зависимости от $\xi = x/L$

$$\xi = 1 / (1 + s)^2 - 0,25 + F'(s) \tau / m_1 \quad (21)$$

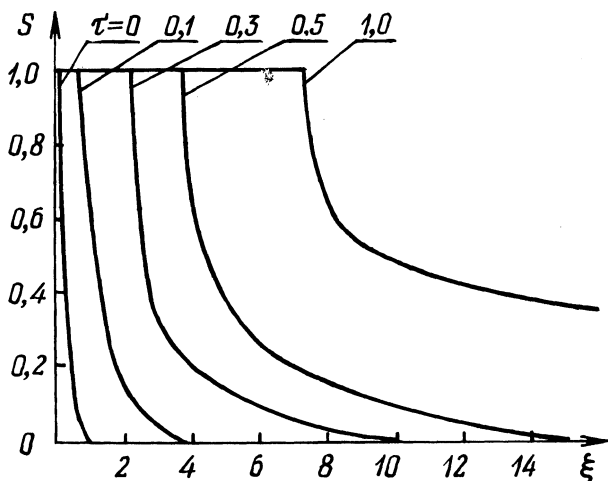


Рис. 2.

при различных значениях безразмерного времени $\tau = q_0 t / LD_1$, где L — характерный размер области течения, пористость чисто трещиноватого пласта $m_1 = 0,1$. С ростом τ область течения, занятая несмешивающимися жидкостями, увеличивается. Продвижение точек ξ с малыми значениями насыщенности значительно быстрее по сравнению с точками, соответствующими более вы-

сокой насыщенности s . При линейной зависимости относительных проницаемостей f_1, f_2 от насыщенности s и линейной фильтрации в чисто трещиноватом пласте скачки насыщенности не наблюдаются.

3. При изучении особенностей движения несмешивающихся жидкостей с различными физическими свойствами в трещиновато-пористых средах рассмотрим предельный случай, когда значения водонасыщенности в пористых блоках и трещинах совпадают. При этом скорость фильтрации каждой фазы ($i = 1, 2$) в трещинах описывается уравнением (10), где относительные фазовые проницаемости f_i линейно зависят от насыщенности s среды водой. Следуя достаточно полно разработанной теории многофазной фильтрации в пористых средах [7], скорость течения i -й фазы в пористых блоках породы без учета капиллярного скачка давления запишем в виде

$$\vec{w}_i = -K_2 g_i / \mu_i \nabla P. \quad (22)$$

Здесь капиллярные эффекты частично учитываются степенью искривления линий относительных фазовых проницаемостей $g_i(s)$ ($i = 1, 2$).

Для каждой фазы ($i = 1, 2$) выражение для суммарной скорости фильтрации по трещинам и пористым блокам

$$\vec{v}_i = \vec{u}_i + \vec{w}_i = - \left\{ \frac{K_2 g_i}{\mu_i} + \left[(1+4\beta) \frac{K_1 f_i}{\mu_i} \right]^{0,5-1} / 2\beta |\nabla P| \right\} / \nabla P \quad (23)$$

используем при изучении одномерного движения двухфазного потока жидкости в трещиновато-пористом пласте. Без ограничения общности рассмотрим линейное течение (радиальные, сферические течения исследуются аналогично).

Подставив (23) в уравнения неразрывности вида (11), имеем систему

$$m \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{K_2 g_1}{\mu_1} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{2\beta} \left[(1+4\beta) \frac{K_1 f_1}{\mu_1} \frac{\partial P}{\partial x} \right]^{0,5-1} \right\} = 0; \quad (24)$$

$$m \frac{\partial s}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{K_2 g_2}{\mu_2} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{2\beta} \left[(1+4\beta) \frac{K_1 f_2}{\mu_2} \frac{\partial P}{\partial x} \right]^{0,5-1} \right\} = 0$$

(m – пористость трещиновато-пористой среды) относительно неизвестных функций насыщенности $s(x, t)$ и давления $P(x, t)$. Из выражения разности последних уравнений следует, что она является интегрируемой комбинацией и

суммарный расход двухфазной жидкости $\sum_{i=1}^2 q_i(x, t) = q(x, t)$ не зависит от координаты x , т.е. $q = q(t)$.

Первый интеграл интегрируемой комбинации представим в виде алгебраического уравнения четвертой степени относительно $\frac{\partial P}{\partial x} = y$:

$$y^4 + ay^3 + by^2 + cy + d = 0;$$

$$a = -2TR \left[(2+l) (g_1 + \mu_0 g_2) + \lambda (f_1 + \mu_0 f_2) \right];$$

$$\begin{aligned}
 b &= (TR)^2 \left\{ (1+2l+l^2/2) (g_1+\mu_0 g_2)^2 + [(2+l) (g_1+\mu_0 g_2) + \right. \\
 &+ \left. \lambda (f_1+\mu_0 f_2)]^2 - 4\lambda^2 \mu_0 f_1 f_2 \right\}; \\
 c &= -T^3 R^2 \left\{ (1+2l+l^2/2) [(2+l) (g_1+\mu_0 g_2) + \lambda (f_1+\mu_0 f_2)] + \right. \\
 &+ \left. \lambda (f_1+\mu_0 f_2) \right\}; \\
 d &= 0,0625 T^4 R^2 l (l^3 + 8l^2 + 20l + 16); \\
 \mu_0 &= \mu_1/\mu_2, \lambda = K_1/K_2, l = 2\beta q/h \lambda_1; \\
 T &= \mu_1/\beta K_2, R = 1/(g_1+\mu_0 g_2)^2.
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

Резольвенту уравнения (25) запишем в виде

$$z^3 - bz^2 + (ac - 4d)z - a^2d + 4bd - c^2 = 0. \tag{26}$$

Согласно методу Феррари [8], если z_1 произвольный корень кубического уравнения (26), то вместо (25) имеем

$$\left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)^2 + \frac{a}{2} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{z_1}{2} = \pm \left[\frac{\partial P}{\partial x} - (c - \frac{a}{2} z_1) / 2 \left(\frac{a^2}{4} - b + z_1 \right) \right]. \tag{27}$$

Решение уравнения (26), когда дискриминант $D=0$, выберем в качестве произвольного корня z_1 . Предварительно преобразуем (26) с помощью замены $u = z - b/3$. Тогда уравнение (26) приводится к "неполному" виду

$$u^3 + 3a u + 2\theta = 0 \quad * \tag{28}$$

$$(3a = ac - 4d - b^2/3, 2\theta = -2b^3/27 + b(ac + 8d)/3 - da^2 - c^2).$$

Дискриминант $D = a^3 + \theta^2$. Искомый корень

$$z_1 = b/3 + u_1 = b/3 + 2 [b^3/27 + (da^2 + c^2)/2 - 6b(ac + 8d)]^{1/3}. \tag{29}$$

Здесь решение $u_1 = -2\theta^{1/3}$ уравнения (28) при $D=0$ находится по методу Кардана.

При известном z_1 и конкретных значениях переменных коэффициентов a, b, c, d (25) среди корней

$$2 \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_{1,2} = 1 - \frac{a}{2} \pm \left\{ \left(1 - \frac{a}{2} \right)^2 - 2 \left[z_1 + \left(c - \frac{a}{2} z_1 \right) / \left(\frac{a^2}{4} - b + z_1 \right) \right] \right\}^{0,5} \tag{30}$$

$$\begin{aligned}
 2 \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_{3,4} &= -1 - \frac{a}{2} \pm \left\{ \left(1 + \frac{a}{2} \right)^2 - 2 \left[z_1 - \left(c - \frac{a}{2} z_1 \right) / \left(\frac{a^2}{4} - b + \right. \right. \right. \\
 &+ \left. \left. z_1 \right) \right] \right\}^{0,5}
 \end{aligned}$$

уравнения (27) или, что то же, уравнения (25) необходимо выбрать искомое решение $\partial P/\partial x$. В частности, если принять относительные фазовые проницаемости в трещинах прямолинейными: $f_1 = s, f_2 = 1 - s$, в пористых блоках —

криволинейными: $g_1 = s^2$, $g_2 = (1 - s)^2$, вязкость воды $\mu_1 = 1$ сП, отношение вязкостей воды и нефти $\mu_0 = 0,5$, проницаемость пористых блоков $K_2 = 10^{-10} \text{ м}^2$, отношение проницаемостей трещин и блоков $\lambda = 100$, толщину пласта $h = 1$ м, поперечный размер $\lambda_1 = 1$ м, трещинную пористость $m_1 = 0,1$, дебит скважины $q = q_0 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}$, параметр $\beta = 10^3 \text{ с/м}$, то коэффициенты a, b, c, d (25) :

$$a = -10^8 (0,3s^2 + 9,8s + 10,1) / R^{0,5};$$

$$b = 125 \cdot 10^{14} (22,025s^4 + 82,1s^3 + 280,25 s^2 - 80,1s + 20,625) / R; \quad (31)$$

$$c = -75 \cdot 10^{21} (0,21s^2 + 6,89 s + 7,1) / R;$$

$$d = 28125 \cdot 10^{24} / R;$$

$$R = 1,5s^2 - s + 0,5$$

зависят только от насыщенности s трещиновато-пористого пласта водой.

Подставив соответствующее решение (30) с учетом (31), (29) в любое из уравнений неразрывности (24), получим искомое уравнение для поля насыщенностей $s(x, t)$. Процесс его выделения из системы (24) возможен лишь при конкретных значениях исходных параметров. Система уравнений (24) и ее многомерный аналог в общем виде допускают расщепление исходной задачи на две последовательно разрешимые задачи (задачу исследования динамики распределения водонасыщенности s и задачу определения поля давлений P) лишь при допущении линейности течения потока неоднородных жидкостей как в трещинах, так и в пористых блоках породы. Схема выделения задач при линейной фильтрации несмешивающихся жидкостей изложена в работе М.И. Швидлера, В.Л. Данилова [9].

Таким образом, ввиду малоизвестности строения порового пространства реальных пород и соответственно законов обмена жидкостями между трещинами и пористыми блоками при описании установившихся фильтрационных процессов в трещиноватых средах нередко целесообразно использовать обычные методы механики сплошных сред. При этом согласно результатам экспериментальных и промысловых исследований в основных уравнениях фильтрационного потока должны быть учтены особенности движения жидкости в трещиноватых средах при нарушении линейного закона Дарси.

В частности, кривые относительных проницаемостей при нелинейной фильтрации несмешивающихся жидкостей имеют меньшую кривизну, чем при линейном течении. Последнее свидетельствует о значительном уменьшении капиллярного скачка давления и повышении интенсивности вытеснения нефти водой в чисто трещиноватом пласте. При решении практических задач кривые относительных фазовых проницаемостей в трещинах с допустимой точностью могут быть аппроксимированы прямыми линиями. Возможность линейной аппроксимации этих кривых позволяет значительно упростить конечные формулы, описывающие фильтрационный процесс в трещиноватых средах.

Л и т е р а т у р а

1. Баренблатт Г.И., Желтов Ю.П., Кочина И.Н. Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах. — ПММ, т. 24, 1960, вып. 5 . 2. Рыжик В.М. Вытеснение нефти водой в пористой среде с малопроницаемыми включениями. — Изв. АН СССР. Механика и машиностроение, 1964, № 1 . 3. К теории фильтрации несмешивающихся жидкостей в трещиновато-пористых средах/ А.А. Боксерман, В.Л. Данилов, Ю.П. Желтов, А.А. Кочешков. — Теория и практика добычи нефти: Ежегодник ВНИИ нефтегаз. — М.: Недра, 1966 . 4. Шаймуратов Р.В. Гидродинамика нефтяного трещиноватого пласта. — М.: Недра, 1960 . 5. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. — М.: Недра, 1972 . 6. Чижов С.И., Майдебор В.Н. Анализ результатов экспериментальных исследований движения жидкостей в моделях трещиноватой среды при нелинейных законах фильтрации. — Труды СевКа НИПИнефть, 1975, вып. 21 . 7. Эфрос Д.А. Исследования фильтрации неоднородных систем. — Л.: Гостехиздат, 1963 . 8. Корн Г. и Корн Т. Справочник по математике. — М.: Наука, 1968 . 9. Швидлер М.И., Данилов В.Л. О расщеплении задач многомерной фильтрации несжимаемых жидкостей. — Докл. АН СССР, т. 211, 1973, № 5.

УДК 532.135:532.5

Е.Н. Ламбина, канд. физ.-мат. наук, доцент
(БПИ)

КВАЗИСТАЦИОНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ ВЯЗКО-УПРУГОЙ СРЕДЫ МЕЖДУ СБЛИЖАЮЩИМИСЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ПЛАСТИНАМИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ

Постановка задачи. В зазоре между параллельными пластинами произвольной формы заключена вязко-упругая несжимаемая среда. Одна из пластин неподвижна и расположена в плоскости xOy (рис. 1). Вторая пластина медленно движется навстречу неподвижной пластине со скоростью $v(t)$ ($v(0) = 0$).

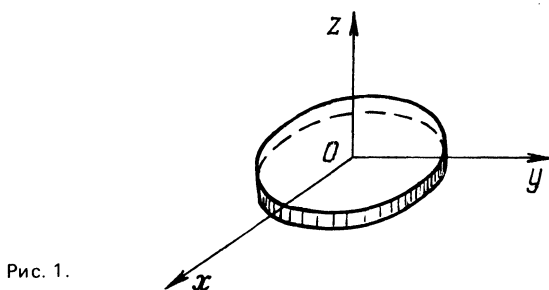


Рис. 1.

h — расстояние между пластинами. Требуется определить распределение скоростей, нормального давления и касательных напряжений в зазоре между пластинами, а также результирующую силу P , действующую на подвижную пластину. Нормальное давление предполагается независимым от координаты z , т.е. $\frac{\partial p}{\partial z} = 0$ (последнее соотношение является общепринятым в гид-