

А.А.КЛЕВЧЕНЯ, мл.науч.сотр.,
В.Б.ТАРАНЧУК, канд.физ.-мат.наук (БГУ)

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ПРОДВИЖЕНИЯ ВОДОНЕФТЯНОГО КОНТАКТА ПРИ ВЫТЕСНЕНИИ В ПЛАСТЕ ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ ВЯЗКОЙ

Исследование устойчивости водонефтяного контакта представляет не только теоретический интерес, но и важно для практики нефтедобычи. Знание динамики продвижения фронта позволяет предсказать нефтеотдачу пласта и предложить мероприятия по регулированию режима закачки вытесняющей жидкости с целью оптимизации процесса извлечения нефти. Особую актуальность задача об устойчивости приобретает в случае, когда изучается вытеснение нефти, обладающей вязкопластическими свойствами, и возможно образование застойных зон, из которых в ряде режимов разработки нефть практически не может быть извлечена.

В настоящей работе приведены результаты математического моделирования процесса вытеснения вязкопластической нефти водой. Изучается устойчивость движения водонефтяного контакта при фильтрации в однородном пласте. Приведены и обсуждаются аналитическое решение задачи о начальной стадии развития возмущений фронта в частном случае поршневой модели фильтрационного потока и численные решения задачи в постановке, когда учитывается наличие зоны смеси за водонефтяным контактом.

Рассмотрим изотермическую фильтрацию двух несмешивающихся несжимаемых жидкостей в плоском горизонтальном недеформируемом пласте, когда движение вытесняющей жидкости описывается обобщенным законом фильтрации Дарси, а вытесняемой — законом фильтрации с предельным градиентом (см. например, [1]). Если капиллярный скачок давления между фазами не учитывается, то система уравнений для определения давления p и водонасыщенности s может быть записана в виде (сравни [2])

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(A \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 0; \quad (1)$$

$$m \frac{\partial s}{\partial t} + q_1 \frac{\partial F}{\partial x} + q_2 \frac{\partial F}{\partial y} = 0, \quad (2)$$

где $A = k(\psi_1 f_1 / \mu_1 + f_2 / \mu_2)$; $F = kf_2 / (\mu_1 A)$; $q_1 = -A \partial p / \partial x$; $q_2 = -A \partial p / \partial y$; $\psi_1 = 1 - G / |\nabla p|$, если $|\nabla p| > G$ и $\psi_1 = 0$ при $|\nabla p| \leq G$. Здесь t — время ($0 \leq t \leq t_1$); x, y — декартовы координаты в области фильтрации; m — пористость, k — абсолютная проницаемость среды; $f_i(s)$ — относи-

тельные фазовые проницаемости; μ_i — вязкости фаз, индексы $i = 1$ и 2 относятся, соответственно, к вытесняемой и вытесняющей фазам; G — предельный градиент давления нефти.

Пусть движение происходит в прямоугольной области $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$ с непроницаемыми границами $y=0$, $y=b$ при заданных суммарном расходе жидкости и насыщенности воды на входе ($x=0$), а также давлении на выходе ($x=a$); в начальный момент времени ($t=0$) известно распределение водонасыщенности во всей области фильтрации.

Аналитическое решение описанной краевой задачи в общем случае представляет значительные трудности, поэтому предлагаются определять решение с помощью конечно-разностного метода. Уравнения (1), (2) и граничные условия аппроксимируются по схеме, описанной в [2], но учитывается, что A и F в отличие от случая рассмотренного в [2], зависят не только от насыщенности s , но и от модуля градиента давления $|\nabla p|$. Значения $|\nabla p|$ в соответствующих узлах сетки вычисляются по формулам центральной разности. При расчете на каждом временном слое давления могут быть реализованы два подхода. В первом из них коэффициент A вычисляется по значениям $|\nabla p|$, рассчитанным в узлах сетки предыдущего временного слоя, т.е. проводится квазилинеаризация по аргументу $|\nabla p|$. В этом случае схема расчета мало отличается от схемы, описанной в [2]. При втором подходе в расчете коэффициента A значения давления берутся с предыдущей итерации, т.е. с предыдущего фиктивного временного слоя. Такой метод отличается от метода, применяемого в [2], тем, что на каждом временном слое решается, вообще говоря, нелинейная разностная задача относительно неизвестных значений давления в узлах сетки. Условия применения описанных подходов связаны с характером изменения давления и с требуемой точностью. При расчетах с относительно малым временным шагом, как правило, удовлетворительная точность достигается путем реализации первого подхода, который не требует при расчете на каждом временном слое давления пересчета значений коэффициента A , и, следовательно, является значительно более быстродействующим при реализации на ЭВМ.

Эффективность данной методики для исследования устойчивости проверялась путем сопоставления численных решений с эталонными аналитическими. Точное решение строилось в частном случае, когда справедлива поршневая модель вытеснения. По аналогии с [3] можно показать, что амплитуда малого синусоидального возмущения фронта изменяется как

$$X = X_0 \exp\left(-\frac{NV\gamma t}{M}\right), \quad (3)$$

$$\text{где } N = B(s^-) - B(s^+); M = B(s^-) + B(s^+); B = \frac{1 + \pi f_1(s)}{k [f_1(s)/\mu_1 + f_2(s)/\mu_2]};$$

$$\pi = \frac{kG}{u\mu_1} ; V = \frac{u}{m} \cdot \frac{\Phi(s^-) - \Phi(s^+)}{s^- - s^+} ; \Phi(s) = \frac{kf_2}{\mu_2} B(s).$$

Здесь s^+ и s^- — значения насыщенности перед и за фронтом; u — постоянная суммарная скорость фильтрации на входе; γ — частота малого синусоидального возмущения.

Заметим, что при $G = 0$ уравнение (3) описывает изменение амплитуды синусоидального возмущения в случае, если движение обеих жидкостей подчиняется обобщенному закону Дарси (сравни [2]).

Как следует из (3), фронт вытеснения устойчив, если $N > 0$. При задании конкретных параметров фильтрационного потока и функций относительных фазовых проницаемостей из условия устойчивости можно получить критическое отношение вязкостей, определяющее характер вытеснения. Например, если $k = \text{const}$, в начальный момент $s_0 = s^+ = 0$; $f_1(s) = (1-s)^2$; $f_2(s) = s^2$, то амплитуда возмущения не изменяется со временем, если $N = 0$, т.е. при выполнении

$$f_1(s_c) + \mu f_2(s_c)(1 + \pi) - 1 = 0, \quad (4)$$

где $\mu = \mu_1/\mu_2$, и принято, что $s^- = s_c$ — значение насыщенности на фронте, определяемое согласно теории [4] из уравнения

$$\mu f_2(s_c) [1 + \pi(1 - s_c^2)] - (1 - s_c^2) - \pi(1 - s_c)^4 = 0. \quad (5)$$

Тогда, решая совместно (4) и (5), вычисляется μ^* критическое, которое для заданного π отделяет область устойчивых движений фронта от области неустойчивости. Некоторые значения критических отношений вязкостей μ^* при разных значениях π приведены в табл. 1.

Опишем некоторые результаты расчетов.

Первоначально выяснялось, позволяет ли описанная методика с требуемой точностью определять устойчивые и неустойчивые режимы вытеснения. Для этого были получены и анализировались численные решения системы уравнений (1), (2) с соответствующими начальными и граничными условиями. По аналогии с [2] инициировалось специальное синусоидальное возмущение фронта и на входе задавалась насыщенность, не превышающая s_c . Таким

Т а б л и ц а 1.

π	0,1	0,5	1	2	3	4	5
μ^*	2,640	1,755	1,206	0,717	0,500	0,379	0,303
s_c	0,512	0,550	0,586	0,634	0,667	0,691	0,710

образом численно решалась задача вытеснения для условий, когда справедлива поршневая модель фильтрационного потока. Анализ динамики фронта показывает, что в случаях, когда расчеты проводились с $\mu < \mu^*$, начальные возмущения затухают; если $\mu = \mu^*$, амплитуда возмущений со временем не изменяется; при $\mu > \mu^*$ начальные возмущения растут и для малых времен логарифм амплитуды возмущения является линейной функцией времени. Сопоставления численных решений с эталонными аналитическими показывают вполне удовлетворительную точность расчета и являются, таким образом, обоснованием возможности применения данной методики для исследования устойчивости вытеснения вязкопластической нефти водой.

После проверки методики расчета проводилось численное изучение процесса вытеснения в случае, когда за фронтом движутся обе жидкости. Из численных решений следует, что критерий устойчивости оказывается справедливым и в случае наличия за фронтом переходной зоны, т.е. когда насыщенность на входе больше s_c . В качестве примера на рис. 1 показаны результаты расчетов при $\pi = 1$; $\mu = 2$; $s_0 = 0$ (неустойчивый режим вытеснения). Приняты обозначения $z = X/L$; $\tau = tu/(mL)$, где L — длина волны возмущения. Анализ зависимости $\ln z$ от τ в начальной стадии показывает, что для величин амплитуд возмущения, не превышающих длины волны, $\ln z$ является линейной функцией времени. При больших значениях τ , как следует из рис. 1, скорость роста X/L , как и в случае вытеснения ньютоновской нефти [5], постоянна.

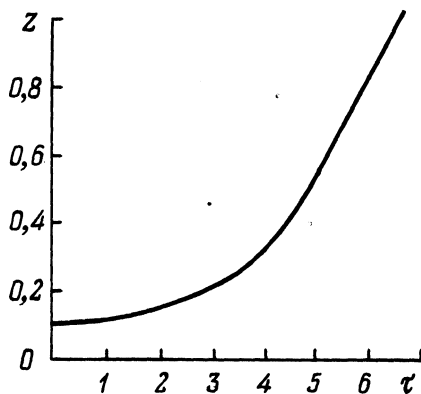


Рис. 1. Зависимость амплитуды возмущения фронта от безразмерного времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бернадинер М.Г., Ентов В.М. Гидродинамическая теория фильтрации аномальных жидкостей. — М.: Наука, 1975. — 199 с.
2. Ентов В.М., Таранчук В.Б. Численное моделирование неустойчивого вытеснения нефти водой. — Изв. АН СССР. Сер. МЖГ, 1979, № 5, с. 58—63.
3. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. — М.: Недра, 1972. — 286 с.
4. Шаев М.Г. Одномерное несмещающееся вытеснение нефти жидкости водой. — В сб.: Численные методы решения задач фильтрации несжимаемой жидкости. Новосибирск, 1975, с. 38—50.
5. Saffman P.G., Taylor G.I. The Penetration of a Fluid into a Porous Medium or a Cell Containing a More Viscous Liquid. — Proc. Roy. Soc., 1958, N 1242, p. 312—329.