*УДК 532.135:678.5*

Т.Ф.БОГИНСКАЯ, ассист. (БПИ)

# ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ РЕАКТОПЛАСТОВ И ИХ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ПО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ДАННЫМ

Рассмотрим движение реактопласта (РП) в ротационном вискозиметре (пластометре). Расчетная сила приведена на рис. 1. При вращении ротора может быть тепловыделение за счет сухого трения ротора о РП и диссипации энергии внутри РП за счет вязкого трения. Будем полагать, что происходит тепловыделение обоих видов.

Исследуем тепловыделение от вязкого трения. На основании проведенных экспериментов примем в качестве реологического уравнения степенную формулу

$$\tau = \eta \dot{e}^{m},$$

где $\tau$ — касательное напряжение; $\eta$ — аналог вязкости; $\dot{e}$ — скорость деформации; $m$ — степень неньютоновости.

Считая, что процесс по высоте ротора не меняется, получим уравнение движения в виде

$$\frac{d\tau}{dr} + \frac{2\tau}{r} = 0. \qquad (2)$$

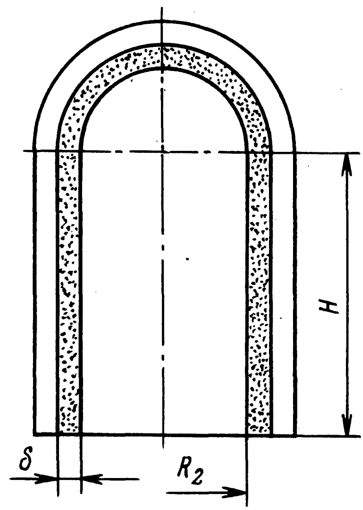


Рис. 1. Схема рабочего органа вискозиметра Канавца.

Решение (2) при условии, что к ротору приложен крутящий момент М, получим в виде

$$\tau = \frac{M}{2\pi r^2 H}. \qquad (3)$$

Используя выражение для $\dot{e} = r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{v}{r}\right)$ и $\tau$ (3), из реологического уравнения (1) получим

$$\frac{M}{2\pi H r^2} = \eta r^{m}\left[\frac{d}{dr}\left(\frac{V}{r}\right)\right]^{m}. \qquad (4)$$

Отсюда

$$\frac{d}{dr}\left(\frac{V}{r}\right) = \sqrt[m]{\frac{M}{\eta 2\pi Hr^{m+2}}}$$

и

$$\dot{e} = r\sqrt[m]{\frac{M}{\eta 2\pi Hr^{m+2}}}. \tag{5}$$

Количество энергии, выделяющейся в единице объема в 1 с за счет вязкого трения равно

$$W_{в} = \tau\dot{e} = \frac{M}{2\pi Hr}\sqrt[m]{\frac{M}{2\pi Hr^{m+2}\eta}}. \tag{6}$$

Для получения зависимости температуры внутри зазора от радиуса $r$ и времени $t$ нужно решить дифференциальное уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\nabla^2 T + \frac{W_{\theta}}{c\gamma}, \tag{7}$$

где $\nabla^2$ — оператор Лапласа ($\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}$); $a$ — коэффициент температуропроводности; $c$ — удельная теплоемкость; $\gamma$ — плотность РП.

Коэффициент теплопроводности $\lambda$ для РП мал, поэтому примем $a = 0$.

В уравнении (6) $m$ и $\eta$ являются функциями от времени $t$. Найдем вид этих функций.

В выражениях (3...6) $M$ есть момент, который преодолевает вязкое трение $M = M_{в}$.

Момент, приложенный к ротору, уравновешивается (при равномерном вращении ротора) моментом вязкого трения и моментом сухого трения РП о ротор.

Обозначим $M_c$ — момент сухого трения, а $M_{в}$ — момент вязкого трения. Тогда

$$M_p = M_{в} + M_c,$$

где $M_p$ — момент, приложенный к валу ротора, измеряется прибором и является известной функцией от времени, определенной опытным путем; $M_c = Pк\, 2\pi R_2^2 H$, где к — коэффициент трения; $P$ — давление. Используя (1) и (3), получаем

$$\frac{M_p(t) - M_c}{2\pi HR_2^2} = \eta(t)\,\dot{e}^{m(t)}.$$

В виду малости зазора $\delta$ между ротором и статором примем

$$\dot{e} = \frac{\pi n R_2}{30\,\delta}.$$

Проводя опыты при двух разных числах оборотов ротора $n_1$ и $n_2$, получим две разные функции момента ротора в зависимости от времени $t$:

$$M_{p_1}(t) \text{ и } M_{p_2}(t).$$

Тогда по (7) имеем

$$\frac{M_{p_1}(t) - M_c}{2\pi H R_2^2} = \eta(t)\dot{e}_1^{m(t)}; \tag{8}$$

$$\frac{M_{p_2}(t) - M_c}{2\pi H R_2^2} = \eta(t)\,\dot{e}_2^{m(t)}. \tag{9}$$

Момент сил сухого трения $M_c$ считаем не зависящим от скорости вращения ротора.

Логарифмируя (8) и (9), получаем

$$m(t) = \frac{\lg\left[\dfrac{M_{p_1}(t) - M_c}{M_{p_2}(t) - M_c}\right]}{\lg\left(\dfrac{\dot{e}_1}{\dot{e}_2}\right)}, \tag{10}$$

где

$$\dot{e}_1 = \frac{\pi n_1 R_2}{30\,\delta};\quad \dot{e}_2 = \frac{\pi n_2 R_2}{30\,\delta}.$$

После этого, подставив найденное выражение $m(t)$ в (8) или (9), получим выражение $\eta(t)$. Из уравнения теплопроводности (7) при $a = 0$ имеем

$$T = \frac{1}{c\gamma}\int W_в\,dt + f(r) \tag{11}$$

или с учетом (6)

$$T(r,t) = \frac{1}{2\pi H r c\gamma}\int \frac{M_в(t)\; m(t)}{m(t)\sqrt{2\pi H}}\sqrt[m(t)]{\frac{M_в(t)}{r^{2+m(t)}\,\eta(t)}}\,dt + f(r). \tag{12}$$

Если закон распределения температуры при $t = 0$ задан $T(r,0)$, то

$$f(r) = T(r,0) - \frac{1}{2\pi\, Hrc\,\gamma} \left| \int \frac{M_{в}(t)m(t)}{m(t)\sqrt[m(t)]{2\pi H}} \sqrt{\frac{M_{в}(t)}{r^{2+m(t)}\,\eta(t)}}\, dt \right|_{t=0}. \quad (13)$$

Функция $T(r, 0)$ должна быть такой, чтобы при $r = R_2$

$$T(R_2, 0) = T_0 ,$$

где $T_o$—температура термостатирования в начале опыта.

Температура на поверхности ротора вследствие наличия сухого трения и отвода тепла в ротор не будет постоянной. Поэтому имеем

$$T(R_2, t) = T_o(t) + \frac{1}{2\pi H R_2 c\gamma} \int_0^t \frac{M_B(t)}{m(t)\sqrt{2\pi H}} \sqrt[m(t)]{\frac{M_B(t)}{R_2^{m(t)+2}\,\eta(t)}}\, dt + C_c N_c t, \quad (15)$$

где $C_c$ — температурный эквивалент сухого трения, т.е. коэффициент, показывающий, на сколько градусов повышается температура при совершении единицы работы сил трения, если трущиеся тела являются нетеплопроводными; $C_c$ имеет размерность град/Н·м.

Величина мощности сил трения $N_c$ в (15) определяется как

$$N_c = \frac{P\kappa\, 2\pi R_2^2 H \pi n}{30} = \frac{\pi^2 \kappa H P R_2^2\, n}{15}. \quad (16)$$

Решая дифференциальное уравнение теплопроводности в роторе

$$\frac{\partial T}{\partial r} = a\left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\, \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad (17)$$

получим

$$\frac{T_1'}{T_1} = a\left( \frac{T_2''}{T_2} + \frac{1}{r}\, \frac{T_2'}{T_2} \right) = \mu\ (\mathrm{const}), \quad (18)$$

где $T_1 = f(t); T_2 = f(r)$.

Решая далее первое из уравнений (18) относительно $T_1$ и учитывая $T_2 = f(r)$, представим T в общем виде как

$$T = \Phi(r) e^{\mu t}. \quad (19)$$

На поверхности ротора при $r = R_r$

$$T(R_2, t) = \Phi(R_2) e^{\mu t}. \quad (20)$$

Из сопоставления (15) и (20) имеем

$$\Phi(R_2)e^{\mu t} = T_o(t) + \frac{1}{2\pi HR_2c\gamma}\int_o^t \frac{M_в(t)}{\frac{m(t)}{\sqrt{2\pi H}}} \sqrt[m(t)]{\frac{M_в(t)}{R_2^{2+m(t)}\eta(t)}}\,dt + C_cN_ct. \quad (21)$$

При $t = 0$ величина $T = T_o$ (начальная температура термостатирования).

Откуда $\Phi(R_2) = T_o(0)$. (22)

Продифференцируем (21) по $t$ :

$$T_o(0)\,\mu\, e^{\mu t} = T_o'(t) + \frac{1}{2\pi HR_2c\gamma}\cdot\frac{M_в(t)}{\frac{m(t)}{\sqrt{2\pi H}}}\sqrt[m(t)]{\frac{M_в(t)}{R_2^{2+m(t)}\eta(t)}} + C_cN_c. \quad (23)$$

Температура $T_o$ на поверхности ротора в начале опыта ($t = 0$) изменяется очень мало, поэтому можно положить $T_o'(0) \approx 0$. Кроме того, $N_c(0) = 0$.

Тогда

$$T_o(0)\,\mu = \frac{1}{2\pi HR_2}\cdot\frac{M_в(0)}{\frac{m(0)}{\sqrt{2\pi H\cdot c\gamma}}}\sqrt[m(0)]{\frac{M_в(0)}{R_2^{2+m(0)}\eta(0)}}. \quad (24)$$

Из (24) имеем

$$\mu = \frac{1}{2\pi HR_2T_o(0)}\cdot\frac{M_в(0)}{\frac{m(0)}{\sqrt{2\pi H\cdot c\gamma}}}\sqrt[m(0)]{\frac{M_в(0)}{R_2^{2+m(0)}\eta(0)}}. \quad (25)$$

Учитывая (20) и (22), получим

$$T = T_o(0)\,e^{\mu t} \quad (26)$$

и

$$t = \frac{1}{\mu}\lg\left(\frac{T}{T_o}\right), \quad (27)$$

где $\mu$ находится согласно (25).

Подставив (27) в выражения (8...10), найдем зависимость реологических параметров $m$ и $\eta$ от температуры, зная полученные опытным путем значения скоростей деформации и момента ротора пластометра.

Если известна критическая температура $T = T_{кр}$, отвечающая образованию жесткой зоны, то по (27) можно найти соответствующее время $t_{кр}$ или решить обратную задачу.