

этой формы попадает в одной и той же степени (хотя и в различных комбинациях) и в числитель и в знаменатель формулы (2), в результате чего погрешность вычислений оказывается невысокой. Второе приближение частоты отличается от первого всего на 1—3%. Поэтому получаемые значения частот можно рассматривать как весьма близкие их точным значениям.

ЛИТЕРАТУРА

1. Цейглин А.И. Инструкция по расчету несущих конструкций промышленных зданий и сооружений на динамические нагрузки. — М: Издательство литературы по строительству, 1970, с. 5—79.
2. Дубко А.Н., Мовшович М.С. Определение частот свободных изгибных колебаний балок с помощью стандартных приведенных схем. — В сб.: Научные труды Белорусского института инженеров железнодорожного транспорта. Гомель, вып. 122, с. 72—76.
3. Дубко А.Н. Приведение балок к равномассовым схемам при расчетах частот собственных изгибных колебаний. — Вестник машиностроения, 1974, № 12, с. 7—8.
4. Дубко А.Н. Зависимость параметров дискретномассовой схемы упругого тела от формы его колебаний, депонирована в ВИНТИ. — М, 5 декабря 1977, рег. № 4386—77 деп.
5. Сорокин Е.С. Динамический расчет несущих конструкций зданий. — М.: Госстройиздат, 1956, с. 189—236.
6. Расчеты на прочность в машиностроении /С.Д.Пономарев, В.Л. Бидерман, К.К.Лихарев и др. — М.: Машгиз, 1956, Т. 1, с. 475—598.

УДК 622.276.031.011.433

Р.В.ШАЙМУРАТОВ, канд. физ.-мат.наук (ГГУ)

О МОДЕЛЯХ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ В ТРЕЩИНОВАТО-ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

В основе многих исследований о движении жидкостей в трещиновато-пористых средах лежит широко распространенная модель фильтрации в средах с двойной пористостью [1]. Позже эта модель была использована при изучении вытеснения нефти водой из трещиновато-пористых сред [2—5, 8 и др.]. Согласно модели "вложенных сред", каждая среда и содержащиеся в ней жидкости характеризуются собственными параметрами. Последнее позволяет по отдельности рассматривать процессы фильтрации в пористых блоках и трещинах.

Поскольку проницаемость блоков K_2 значительно меньше проницаемости трещин K_1 , то скорости фильтрации воды \vec{v}_{B2} и нефти \vec{v}_{H2} в блоках пренебрежимо малы по сравнению с соответствующими скоростями

$$\vec{v}_{B1} = -\frac{K_1}{\mu_B} f_{B1}(s) \nabla P_{B1}; \quad \vec{v}_{H1} = \frac{K_1}{\mu_H} f_{H1}(s) \nabla P_{H1} \quad (1)$$

движения жидкостей в трещинах, где s — насыщенность пространства трещин водой ($1-s$ — нефтью); $\mu_B, \mu_H, P_{B1}, P_{H1}; f_{B1}, f_{H1}$ — со-

ответственно вязкости, давления и относительные фазовые проницаемости воды и нефти в трещинах.

Рассмотрим модель фильтрации, когда движение фаз происходит по более проницаемым трещинам, а нефтеотдача малопроницаемых пористых блоков обусловлена, в основном, капиллярной пропиткой. При этих условиях упрощенная система уравнений неразрывности в трещинах и блоках запишется в виде [2-5, 8]:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{V}_{в1} + m_1 \frac{\partial s}{\partial t} + q &= 0; \\ \operatorname{div} \vec{V}_{н1} - m_1 \frac{\partial s}{\partial t} - q &= 0; \\ m_2 \frac{\partial s}{\partial t} - q &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь \bar{s} — водонасыщенность ($1 - \bar{s}$ — нефтенасыщенность) пористых блоков; m_1 и m_2 — пористость трещин и блоков; q — интенсивность обмена жидкостями между средами.

В работе [4] предлагается метод численного решения системы уравнений (1), (2) с учетом капиллярных скачков давлений

$$P_{ки} = P_{ни} - P_{ви}; \quad i = 1, 2 \quad (3)$$

в высоко- и малопроницаемых частях трещиновато-пористой среды. Рассматривается одномерная задача о вытеснении несмешивающихся жидкостей. Величина q , как и в работах [2,6,8], определяется из решения модельной задачи о противоточной капиллярной пропитке:

$$\begin{aligned} q = m_2 \frac{a^2}{l^2} \frac{\bar{s}}{\psi(s)} \frac{f_{в2}(\rho) f_{н2}(\rho) I_2'(\rho)}{f_{в2}(\rho) + \mu_0 f_{н2}(\rho)} d\rho; \quad a^2 = \frac{\sigma \cos \theta}{\mu_H} \sqrt{\frac{K_2}{m_2}}; \\ \mu_0 = \frac{\mu_B}{\mu_H}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь σ — поверхностное натяжение на границе раздела воды и нефти; θ — угол избирательного смачивания; l — осредненный размер блока; $f_{в2}$; $f_{н2}$ — относительные фазовые проницаемости воды и нефти в пористых блоках. Значение водонасыщенности на границе блока (внутри него) $\bar{s}_1 = \psi(s)$ находится из условия равенства капиллярных давлений на границе обеих сред:

$$P_{к1} = P_{к2}; \quad P_{ки} = \sigma \cos \theta \sqrt{\frac{m_i}{K_i}} I_i, \quad (5)$$

где $I_1(s)$, $I_2(s)$ — функции Леверетта.

Представление интенсивности обмена жидкостями между средами различных физических свойств в виде формулы (4) является наиболее удачным с точки зрения математической реализации системы уравнений (1)–(5). Действительно, величина q зависит лишь от текущих значений водонасыщенностей s и \bar{s} , для определения которых из уравнений (1)–(5) вместе с дополнительными условиями следует самостоятельная замкнутая начально-краевая задача. И напротив, определенные трудности имеют место при реализации аналогичных задач в более простой постановке [3,5], когда определение величины q связано с нахождением момента достижения переднего фронта нагнетаемой жидкости заданных блоков породы.

Воспользовавшись уравнениями (1)–(5), нетрудно привести постановку задач о вытеснении нефти водой в трещиновато-пористом пласте, аналогично рассмотренным в работах [3, 5]. Для этого введем безразмерные независимые переменные [4]

$$\xi = \frac{x}{L} ; \tau = \frac{Vt}{L(m_1 + m_2)} \quad (6)$$

и выпишем из уравнений (1)–(5) без учета капиллярного скачка давлений ($P_{H1} = P_{B1} = P_1$) замкнутую систему

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{f_{B1}(s)}{f_{B1}(s) + \mu_o f_{H1}(s)} \right] + \beta \frac{\partial s}{\partial \tau} + \gamma \int_{\psi(s)}^{\bar{s}} R(\rho) d\rho = 0;$$

$$\frac{\partial \bar{s}}{\partial \tau} = a \int_{\psi(s)}^{\bar{s}} R(\rho) d\rho ; R(\rho) = \frac{f_{B2}(\rho) f_{H2}(\rho) I_2^i(\rho)}{f_{B2}(\rho) + \mu_o f_{H2}(\rho)} ; \quad (7)$$

$$V(\tau) = V_{B1}(\xi, \tau) + V_{H1}(\xi, \tau) = Q(\tau)/Lh;$$

$$a = \frac{\sigma \cos \theta L(m_1 + m_2)}{V \mu_h l^2} \sqrt{\frac{K_2}{m_2}} ; \beta = \frac{m_1}{m_1 + m_2} , \gamma = a\beta \frac{m_1}{m_2}$$

для нахождения распределения водонасыщенной в трещинах s и пористых блоках \bar{s} при одномерной фильтрации. Здесь Q — объем поступающей в пласт воды за единицу времени; h и L — толщина и ширина пласта. Для простоты изложения положим, что зависимости f_{H1} и f_{H2} (f_{B1} и f_{B2}) одинаковые, а именно, применительно к движению жидкостей в трещинах [3,5,7]; $f_{B1} = s$; $f_{H1} = 1 - s$. Функцию Леверетта для пористых блоков представим в виде

$$I_2 = -1 + 1/s.$$

В выражении для безразмерной интенсивности обмена жидкостями между средами

$$\bar{q} = \gamma \int_{\psi(s)}^{\bar{s}} R(\rho), d\rho, \quad (8)$$

входящего в уравнения (7), нижний предел интегрирования при отсутствии капиллярного скачка давлений в более проницаемой части среды ($I_1 = 0$) принимает постоянное значение, согласно построению функции $\psi(s)$. В частности, из условия $I_2 = I_1$ при $I_1 = 0$ и выбранной функции I_2 имеем $\psi(s) \equiv 1$.

Общий вид зависимостей безразмерной величины \bar{q}/γ (8) от водонасыщенности \bar{s} пористых блоков и \bar{s} от безразмерного времени $\alpha\tau$ (рис. 1) совпадает с аналогичными кривыми, приведенными в работе [8], и с результатами экспериментальных исследований [9, 10], которые используются при решении гидродинамических задач о вытеснении нефти водой в трещиновато-пористых пластах [3, 5]. Вторая кривая является результатом интегрирования второго уравнения системы (7):

$$\alpha\tau = 0,21 \int_0^{\bar{s}} \frac{d\rho}{\ln(0,7\rho + 0,3) - 0,7 \ln\rho} \equiv F(\bar{s}) \Rightarrow \bar{s} = f(\alpha\tau) \quad (9)$$

при выполнении начального условия $\bar{s}/_{\tau=0} = 0$ и $\mu_0 = 0,3$ (при других значениях μ_0 схема расчета остается прежней).

Интегрируя первое уравнение (7) с учетом зависимости (9) и граничного условия $s/\xi = 0 = 1$, получим поле водонасыщенностей s в трещинах горной породы:

$$s = \frac{30}{49 \Phi(\tau)} / [\gamma\xi + 3/7 \Phi(\tau) - \frac{3}{7}]; \quad (10)$$

$$\Phi(\tau) = \frac{100}{21} \{ \ln [0,7 f(\alpha\tau) + 0,3] - 0,7 \ln f(\alpha\tau) \}.$$

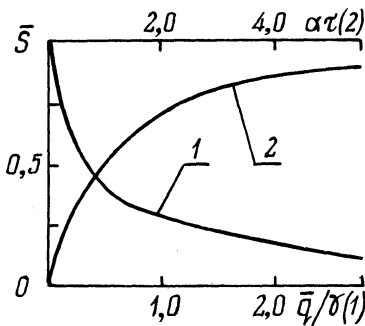


Рис. 1. Зависимость водонасыщенности в пористых блоках от безразмерных: 1 — интенсивной капиллярной пропитки; 2 — времени пропитки.

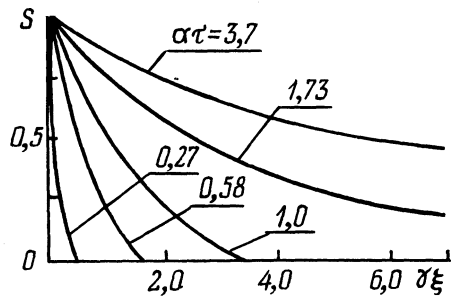


Рис. 2. Распределение водонасыщенности в системе трещин: $\alpha\tau$ — безразмерное время; $\gamma\xi$ — безразмерная координата.

На рис. 2 в качестве примера приведено распределение s при различных значениях безразмерного времени τ , умноженного на коэффициент a (7).

Таким образом, изложенная схема решения системы уравнений (1)–(5) при упрощенной постановке задачи о вытеснении нефти водой в трещиновато-пористом пласте значительно проще по сравнению с алгоритмом, использованным в работах [3, 5]. Естественно, эта схема усложнится и результаты расчета будут более точными, если рассмотреть аналогичную задачу в общей постановке (с учетом капиллярного скачка давлений в высокопроницаемой части среды).

При общей постановке задачи о вытеснении нефти водой в трещиновато-пористом пласте, вскрытом произвольной сеткой нефтяных и нагнетательных скважин, следует учесть, что приток (отток) жидкостей осуществляется только по трещинам. Уравнения (1), (3)–(5) в этом случае сохраняют прежний вид, видоизменяются лишь первые два уравнения системы (2):

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{V}_{в1} + m_1 \frac{\partial s}{\partial t} + q &= \frac{1}{h} \sum Q_{в}^{(j)} \delta(x - x_j, y - y_j); \\ \operatorname{div} \vec{V}_{н1} - m_1 \frac{\partial s}{\partial t} - q &= \frac{1}{h} \sum Q_{н}^{(j)} \delta(x - x_j, y - y_j); \\ m_2 \frac{\partial \bar{s}}{\partial t} - q &= 0; \quad j = \overline{1, N}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $Q_{н}^{(j)}$, $Q_{в}^{(j)}$ — дебиты нефти и воды; δ — символ дельта-функции Дирака; x_j, y_j — координаты размещения j -ой скважины. Дебиты положительны для нагнетательных и отрицательны для эксплуатационных скважин. Система уравнений (1), (3)–(5), (2') замкнута относительно неизвестных функций $s, \bar{s}, P_{в1}, P_{н1}$. Разрешая ее с учетом заданных дополнительных условий на границе плоской области фильтрации и внутри области в начальный момент процесса, получим искомые поля водонасыщенностей в трещинах s , пористых блоках \bar{s} и распределения фазовых давлений $P_{в1}, P_{н1}$ (вода, нефть) в трещинах горных пород.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баренблатт Г.И., Желтов Ю.П., Кочина И.Н. Об основных представлениях теории фильтрации жидкостей в трещиноватых породах. — ПММ, т. 24, вып. 5, с. 852–864.
2. Рыжик В.М. Вытеснение нефти водой в пористой среде с малопроницаемыми включениями. — Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1964, № 1, с. 91–98.
3. К теории фильтрации несмешивающихся жидкостей в трещиновато-пористых средах / А.А.Боксерма, В.Л.Данилов, Ю.П.Желтов, А.А.Кочешков. — Теория и практика добычи нефти (ежегодник ВНИИ нефтегаз). — М.: Недра, 1966, с. 27–39.
4. Курков Ю.В., Левин Б.И., Швидлер М.И. О вытеснении нефти водой из сред с двойной пористостью. — НТС ВНИИ, 1971, вып. 38., с. 26–35.
5. Аванкян Э.А. Приближенное решение задачи о вытеснении нефти водой в трещиновато-пористом пласте с учетом емкости трещин. — В сб.: Исследования

в области разработки нефтяных месторождений и гидродинамика пласта. М., ВНИИ, 1973, вып. 47, с. 3—8. 6. Влияние свойств горных пород на движение в них жидкости/А.Бан, А.Ф.Богомолова, В.А.Максимов и др. — М.: Гос-топтехиздат, 1962. — 286 с. 7. Р о м м Е.С. Фильтрационные свойства трещиноватых горных пород. — М.: Недра, 1966. — 283 с. 8. Б а р е н б л а т т Г.И., Е н т о в В.М., Р ы ж и к В.М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. — М.: Недра, 1972. — 288 с. 9. О г а н д ж а н я н ц В.Г., М а с л я н ц е в Ю.В. Исследование прямоточного капиллярного вытеснения нефти из пористых сред. — НТС ВНИИ, 1970, вып. 37, с. 15—22. 10. В е з и р о в Д.Ш., К о ч е ш к о в А.А. Экспериментальное исследование механизма нефтеотдачи трещиновато-пористых коллекторов при заводнении. — Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1963, № 6, с. 87—90.

УДК 532.135+539.3

Е.Н.ЛАМБИНА, канд.физ.-мат.наук,
Б.И.ЛАПУШИНА, канд.техн.наук (БПИ)

О ТЕЧЕНИИ ВЯЗКО-УПРУГОЙ СРЕДЫ НАСЛЕДСТВЕННОГО ТИПА МЕЖДУ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ДИСКАМИ ПРИ ИМПУЛЬСНОМ НАГРУЖЕНИИ

Постановка задачи. В работе [1] рассматривалось течение, возникающее при сообщении одному из дисков, ограничивающему слой вязко-упругой среды, импульсного движения со скоростью v . В настоящей статье мы рассмотрим течение, возникающее при мгновенном приложении к одному из дисков постоянной силы F . При решении используем обозначения и метод работы [1]. Различие заключается в постановке граничных условий. Будем иметь

$$v_r|_{z=0} = 0; v_r|_{z=b} = 0; v_z|_{z=0} = 0; \quad (1)$$

$$2\pi \int_0^R r p dr = F; p|_{r=R} = 0. \quad (2)$$

Граничные условия (2) учитывают приближенные соотношения

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0; p_{zz} \approx -p; p_{rr} \approx -p,$$

вытекающие из малой толщины слоя.

Решение для произвольных моделей. Так же, как в [1], положим

$$v_r = rf; v_z = -2f. \quad (3)$$

Для изображений по Лапласу будем иметь

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial r} = r(\bar{\mu}(s)\bar{f}'' - \rho s\bar{f}'); \quad (4)$$