

Одинаковыми в обоих вариантах принимались величины:  $\varepsilon = 2$ ;  $\eta = 2$ ;  $E = [...68950...]'$  МПа;  $R = [...172,5...]'$  МПа;  $m = a = [...1...]'$ ;  $\varphi = \text{const} = [...1...]'$ ;  $F_{\min} = [...0...]'$ , где ' — означает операцию транспонирования матриц. Полученные результаты и их сравнение с результатами работы [2] приведены в табл. 1. При этом в первом варианте исходных данных перемещение по оси  $z$  в оптимальной системе равнялось его предельно допустимому значению ( $-7,62 \cdot 10^{-3}$  м), а во втором варианте значения перемещений в оптимальной системе вдоль осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$  были соответственно равны:  $5,88 \cdot 10^{-3}$  м,  $1,27 \cdot 10^{-2}$  м,  $-4,45 \cdot 10^{-3}$  м. Таким образом, в первой задаче единственное ограничение на перемещение оказалось активным, а во второй — активным было только ограничение на перемещение по оси  $y$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. К о р ш у н Л.И. Практический метод оптимизации ферм с заданным очерчением осей. — В кн.: Гидромелиорация и гидротехническое строительство. Львов: Вища школа, 1976, вып. 4, с. 83—88.
2. Ш м и т м л., Ф а р ш и. Некоторые концепции аппроксимации для синтеза конструкций. — Ракетная техника и команавтика, 1974, т. 12, № 5, с. 145—155.
3. Х о л о п о в И.С. К расчету статически неопределимых ферм с ограничениями по прогибу. — В кн.: Исслед. по строительным конструкциям. Свердловск: УПИ, 1969, с. 107—111.
4. О л ь к о в Я.И., А н т и п и н А.А. Алгоритм оптимального распределения материала в статически неопределимых системах с учетом дискретности сортамента. — Изв. вузов. Строительство и архитектура, 1979, № 12, с. 9—13.
5. Л а з а р е в И.Б. Об учете условий жесткости при проектировании статически определимой фермы наименьшего объема. — В кн.: Механика деформируемого тела и расчет сооружений: Тр./Новосиб. ин-т инженеров ж.-д. трансп. — Новосибирск: НИИЖТ, 1972, вып. 137, с. 157—162.
6. К р у г л о в А.И. Об одном приеме учета условий жесткости при проектировании статически определимых ферм минимального веса. — В кн.: Механика деформируемого тела и расчет сооружений: Тр./Новосиб. ин-т. инженеров ж.-д. трансп. — Новосибирск: НИИЖТ, 1972, вып. 137, с. 181—185.
7. D o b b s M.W., N e l s o n R.B. Application of optimality criteria to automated structural design. — AIAA Journal, 1976, Vol.14, No.10, pp.1436—1443.
8. L i p s o n S.L., G w i n L.B. Discrete sizing of trusses for optimal geometry. — Proceedings of the American Society of Civil Engineers. — Journal of the Structural Division, 1977, Vol. 103, No. ST5, pp. 1031—1046.

УДК 539.3

С.В.БОСАКОВ, канд.техн.наук,  
М.В.ЖИГАДЛО, инженер (БПИ)

### ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА РАСЧЕТА БЕЗБАЗОВЫХ СОПРЯЖЕНИЙ КОЛОНН С ФУНДАМЕНТАМИ

При расчете безбазовых сопряжений колонн с фундаментами и стыков некоторых железобетонных конструкций возникает необходимость проверки на прочность металлических пластин, при-

варенных к стержню колонны и передающих нагрузку на бетон, а также закладных деталей в стыке. В настоящей работе приведена методика расчета таких конструктивных элементов, именуемых в дальнейшем деталью, при следующих предпосылках:

- не учитываются силы трения между бетоном и деталью;
- связи между бетоном и деталью принимаются односторонними, так как бетон плохо работает на растяжение и поверхность детали часто бывает загрязненной;
- деталь находится достаточно далеко от поверхности бетона и толщина ее принимается малой. Поэтому для ее расчета можно применять гипотезы теории изгиба;
- бетонный массив считается упругой, однородной и изотропной плоскостью и характеризуется модулем упругости  $E$  и коэффициентом Пуассона  $\nu$ .

Рассмотрим закладную деталь, находящуюся в бетоне в условиях плоского напряженного состояния (рис. 1) под действием внешней нагрузки. Определяем сжимающие напряжения по контактной поверхности детали  $AB$  и внутренние усилия в ее сечениях. Для решения этой задачи применим метод Б.Н.Жемочкина [1]. Данную схему можно представить в виде системы из детали, двух клиньев  $COA$  и  $COB$  с прямыми углами при вершине и полуплоскости  $AOB$ . По граничной линии между клиньями и полуплоскостью действуют касательные и нормальные напряжения, по контакту между деталью и клиньями — сжимающие напряжения. Напряжения между клиньями по линии  $CO$  при таком нагружении отсутствуют. Заменяем сплошной контакт между клиньями, деталью и полуплоскостью контактом в отдельных точках по методу Б.Н.Жемочкина. С учетом симметрии расчетная схема по указанному методу приведена на рис. 2. Выбираем основную систему смешанного метода [1] для решения задачи, приняв за неизвестные усилия в контактных стержнях и линейное перемещение защемления. Составляем систему канонических уравнений смешанного метода:

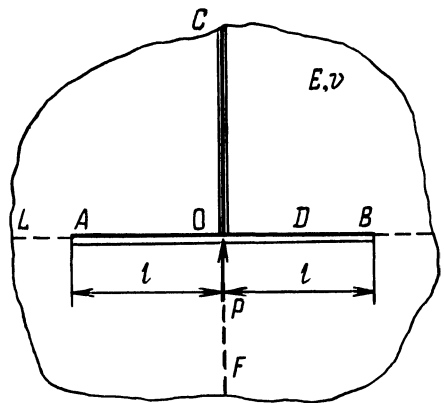


Рис. 1. Расчетная схема детали.

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_{1,1} \cdot X_1 + \delta_{1,2} \cdot X_2 + \dots + \delta_{1,n} \cdot X_n - U_0 = 0; \\ \dots \\ \delta_{5,1} \cdot X_1 + \delta_{5,2} \cdot X_2 + \dots + \delta_{5,n} \cdot X_n - U_0 = 0; \\ \delta_{6,1} \cdot X_1 + \delta_{6,2} \cdot X_2 + \dots + \delta_{6,n} \cdot X_n = 0; \\ \delta_{n,1} \cdot X_1 + \delta_{n,2} \cdot X_2 + \dots + \delta_{n,n} \cdot X_n = 0; \\ X_1 + X_2 + \dots + X_5 = \frac{P}{2}, \end{array} \right. \quad (1)$$

где  $U_0$  — линейное перемещение детали в точке приложения силы  $\frac{P}{2}$ ;  $X_i$  — усилие в стержне с номером  $i$ ;  $\delta_{ik}$  — коэффициенты при неизвестных; для области ОА они зависят от упругих перемещений клиньев  $V_{ik}$  и прогибов детали  $\omega_{ik}$ ;  $\delta_{ik} = V_{ik} + \omega_{ik}$ ;

$$\omega_{ik} = \begin{cases} \frac{a_i^2}{6D} (3a_k - a_i); & a_k \geq a_i; \\ \frac{a_k^2}{6D} (3a_i - a_k); & a_i \geq a_k, \end{cases} \quad (2)$$

где  $a_i$  — расстояние от защемления до неизвестного усилия  $X_i$ ;  $a_k$  — расстояние от защемления до неизвестного усилия  $X_k$ ;  $D$  — цилиндрическая жесткость пластинки.

Для остальных областей коэффициенты  $\delta_{ik}$  зависят от перемещений клиньев  $V_{ik}$ . После решения системы (1) напряжения и внутренние усилия в детали определяются обычным путем [1].

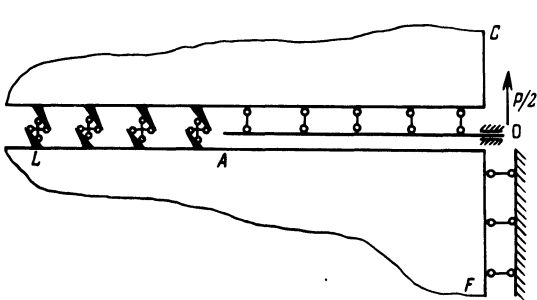


Рис. 2. Основная система смешанного метода для решения задачи.

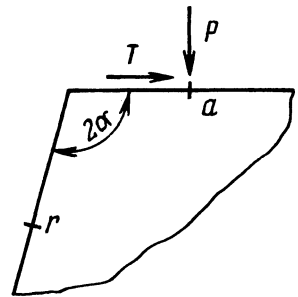


Рис. 3. Схема плоского клина и приложенных единичных сил.

Для решения поставленной задачи необходимо иметь выражения для радиальных и тангенциальных перемещений  $V$  границы плоского клина от действия нормальных и касательных сил, приложенных к границам клина и распределенных по участку. Выражения для перемещений от действия единичных сил получены на основании результатов Я.С.Уфлянда [2] с использованием метода специальной аппроксимации [3]. Для случая определения перемещений грани клина, к которой приложена сила, они приведены в работе [4]. Для определения перемещений одной грани клина, когда единичная нагрузка приложена ко второй грани (рис. 3), они имеют вид:

$$\begin{aligned}
 K_1(x,a) &= -\frac{\beta}{E} \ln \frac{a}{r} \mp \frac{2}{\pi E} \ln \left[ \left( \frac{a}{r} \right)^{\frac{\pi\beta}{2}} + \left( \frac{r}{a} \right)^{\frac{\pi\beta}{2}} \right]; \beta = \frac{2a \cos 2a + \sin 2a}{c}; \\
 K_2(x,a) &= \frac{d}{E} \ln \frac{a}{r} \mp \frac{2}{\pi E} \ln \left[ \left( \frac{a}{r} \right)^{\frac{\pi d}{2}} + \left( \frac{r}{a} \right)^{\frac{\pi d}{2}} \right]; d = \frac{2a \cos 2a - \sin 2a}{c}; \\
 K_3(x,a) &= \frac{2a \sin 2a}{EC} \cdot \frac{\frac{2\pi a}{a^c} - \frac{2\pi a}{r^c}}{\frac{2\pi a}{a^c} + \frac{2\pi a}{r^c}}, c = 4a^2 - \sin^2 2a,
 \end{aligned} \quad (3)$$

где  $2a$  — угол раствора клина;  $a$  — точка приложения силы;  $r$  — точка, где определяется перемещение (рис. 3);  $K_1(x,a)$  — радиальные перемещения от действия единичной радиально приложенной силы;  $K_2(x,a)$  — тангенциальные перемещения от действия единичной тангенциально приложенной силы;  $K_3(x,a)$  — радиальные перемещения от действия тангенциально приложенной единичной силы либо тангенциальные перемещения от действия радиально приложенной единичной силы.

Следует учесть, что в формуле (3) знак плюс берется для  $\beta < 0$ .

Таким образом, выражения для коэффициентов канонических уравнений смешанного метода находятся интегрированием (3) по длине участка, где распределена нагрузка.

В плоской задаче теории упругости напряжения на бесконечности имеют порядок  $R^{-1}$ , где  $R$  — расстояние. При решении задачи можно учесть конечное число стержней по областям  $OF$ ,  $AL$  (рис. 2). Тогда на последние стержни этой области формально приходится усилие

$$X_F \approx \int_F^{\infty} \frac{dR}{R}. \quad (4)$$

Однако длина участка, по которому действуют напряжения от  $X_F$ , также изменяется от  $F$  до  $\infty$ . Поэтому на основании предела

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \frac{\ln R}{R} = 0. \quad (5)$$

Напряжения на границе контактной области, принимаемой в расчет, в итоге необходимо положить равными 0. Для решения конкретных задач на ЭВМ ЕС 1022 была составлена программа, которая по заданным размерам конструктивных элементов безбазовых сопряжений и характеристикам бетона дает возможность определять напряжения и внутренние усилия в элементах. Результаты решения одного из примеров приведены на рис. 4.

Этот пример решался при различных значениях контактной области по линиям AL и OF и исследовалось влияние размеров этих областей на распределение усилий в детали. Результаты показали, что если  $OF, AL > 3l$ , то размеры этих областей не оказывают значительного влияния на распределения усилий в детали. На рис. 4. данные приведены при  $OF = 4l$  и  $AL = 4l$ .

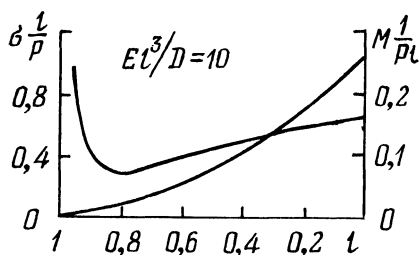


Рис. 4. Эпюры нормальных напряжений и изгибающих моментов в детали.

В заключение отметим, что при действии на деталь силы противоположного направления (рис. 1) решение задачи приведено в работе [5].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Жемочкин Б.Н., Синицын А.П. Практические методы расчета фундаментных балок и плит на упругом основании. — М.: Стройиздат, 1962. — 239 с.
2. Уфлянд Я.С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. — М.-Л.: Наука, 1967. — 402 с.
3. Развитие теории контактных задач в СССР/ Под ред. Л.А. Галина. — М.: Наука, 1976. — 443 с.
4. Босаков С.В. Расчет клина с краевым разрезом. — В сб.: Теоретическая и прикладная механика. Минск: Вышэйшая шкoла, 1981, вып. 8, с. 96—99.
5. Босаков С.В. Расчет заглубленных анкерных плит конечной жесткости. — Прикладная механика, т. XVI, 1980, № 3, с. 82—87.

УДК 539.3:539.4.013

С.Ф.АНДРЕЕВ, ассистент (ГПИ)

#### К РЕШЕНИЮ ОБОБЩЕННОЙ ЗАДАЧИ СОПРЯЖЕНИЯ

Метод определения концентрации напряжений вблизи малого криволинейного отверстия на боковой поверхности цилиндрической оболочки изложен в работе [1]. Следуя [2], этот метод мо-