

$C_{44} = 672$  в ед.  $10^{-11}$  Па) при  $\psi = 0$  и  $\psi = 45^\circ$ , полученные интегрированием выражения (6) (сплошная линия) и вычислением по приближенной формуле из [3] (пунктирная линия).

Для проверки правильности построения решения  $T_{ij}(x-y)$  полученные выражения интегрировались по поверхности сферы, содержащей точку приложения силы. Использовалась кубатурная формула со 100 точками на поверхности сферы [5]. Результат вычисления сравнивался со значением равнодействующей силы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Л и ф ш и ц И.М., Р о з е н ц в е й г Л.Н. О построении тензора Грина для основного уравнения теории упругости в случае неограниченной упруго-анизотропной среды. — ЖЭТФ, вып. 9, т. 17, 1947, с. 783–789.
2. D e d e r i c h s P.H., L e i b f r i e d G. Elastic Green's Function for Anisotropic Cubic Crystals. — Phys. Review, 1969, v. 188, N 3, p. 1175–1183.
3. V o g e l S.M., R i z z o F.J. An integral equation formulation of three dimensional anisotropic elastostatic boundary value problems. — J. of Elasticity, 1973, v. 3, N 3, p. 203–216.
4. L i e K.-H. C., K o e h l e r J.S. The Elastic Stress Field produced by a Point Force in a Cubic Crystal. — Advances in Physics, 1968, v. 17, N 67, p. 421–478.
5. К р ы л о в В.И. Приближенное вычисление интегралов. — М.: Наука, 1967. — 500 с.

УДК 539.3

Н.Я.БОЙКО (БПИ)

### О ХАРАКТЕРЕ НОРМАЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДЕ ПРИ СЖАТИИ ЕГО КЛИНООБРАЗНЫМ ЖЕСТКИМ ШТАМПОМ

В работе [1] получено решение задачи сжатия (рис. 1) упругого прямоугольного параллелепипеда жестким клинообразным штампом при следующих краевых условиях:

$$\text{при } x = \pm \frac{a}{2} \quad \sigma_x = \tau_{xy} = \tau_{xz} = 0; \quad (1)$$

$$\text{при } y = \pm \frac{b}{2} \quad \tau_{yx} = \tau_{yz} = v = 0; \quad (2)$$

$$\text{при } z = \pm \frac{h}{2} \quad \tau_{zx} = \tau_{zy} = 0;$$

$$w = -\frac{h}{2} - \frac{h_0 b_0}{2b} + \frac{2bh_0}{\pi^2(b-b_0)} x$$

$$x \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} \left( \cos \pi k - \cos \frac{\pi_k b_0}{b} \right) \cos \frac{2\pi k y}{b} \quad (3)$$

Представляет интерес провести численный анализ напряженного состояния упругого параллелепипеда.

В данной статье приведены графики нормальных напряжений (сплошной линией для полного клина, когда  $b_0 = 0$ , штриховой – для усеченного при  $b_0 = \frac{b}{2}$ ).

Из рис. 2, а, б следует, что наибольшие напряжения  $\sigma_z$  возникают непосредственно под штампом и на линиях раздела краевых условий.

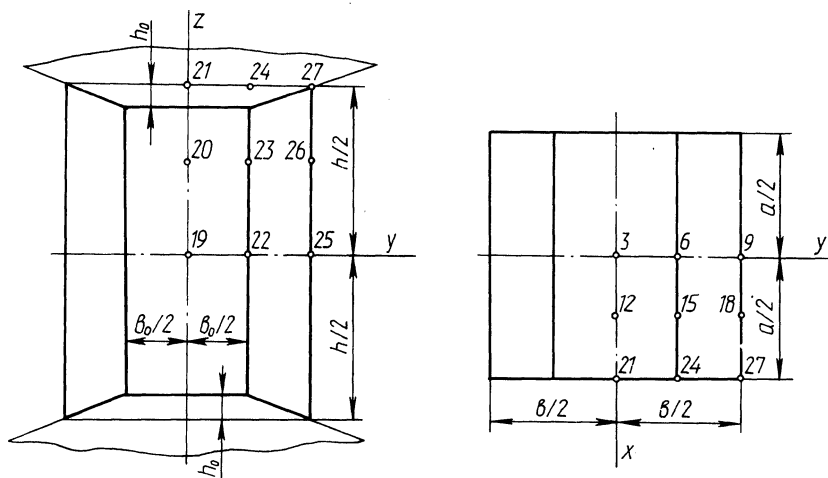


Рис. 1. Сжатие упругого параллелепипеда клинообразным штампом.

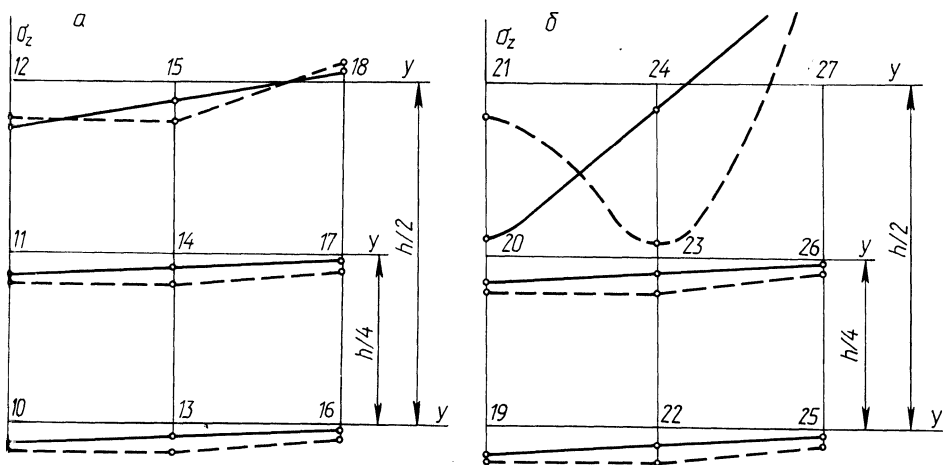


Рис. 2. Графики нормальных напряжений  $\sigma_z$  для точек плоскостей  $x = \frac{a}{4}$  (а) и  $x = \frac{a}{2}$  (б).

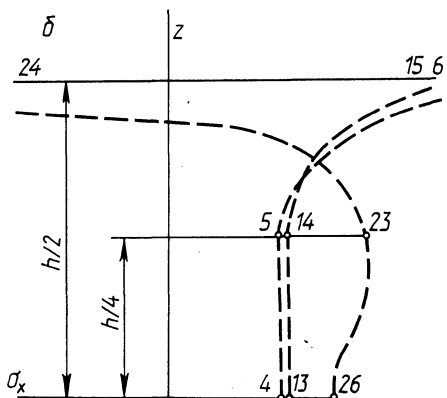
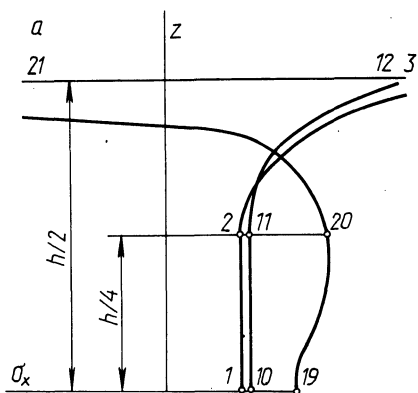


Рис. 3. Графики нормальных напряжений  $\sigma_x$  для точек плоскостей  $y = 0$  – полный клин (а) и  $y = \frac{b}{4}$  – усеченный клин (б).

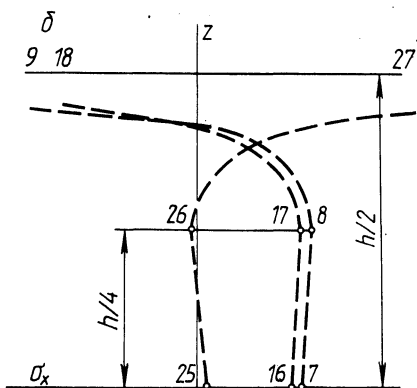
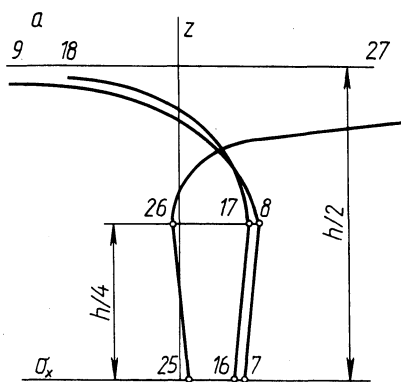


Рис. 4. Графики нормальных напряжений  $\sigma_x$  для точек плоскостей  $y = \frac{b}{2}$  – полный клин (а) и  $y = \frac{b}{2}$  – усеченный клин (б).

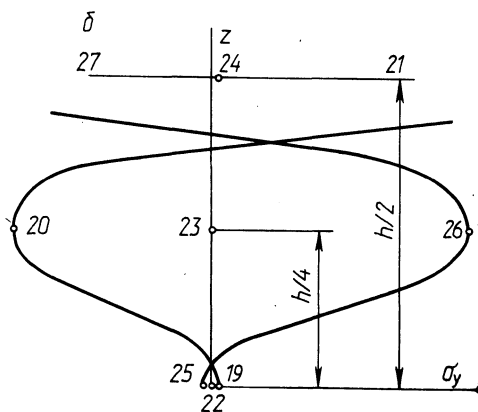
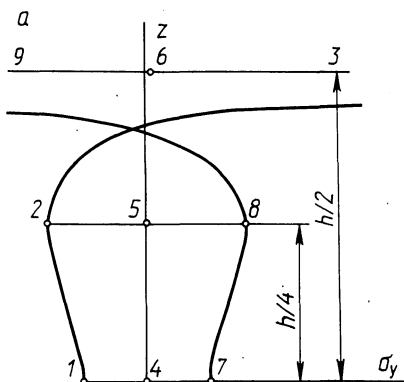


Рис. 5. Графики нормальных напряжений  $\sigma_y$  для точек плоскостей  $x = 0$  – полный клин (а) и  $x = \frac{a}{2}$  – полный клин (б).

Непосредственно под штампом (рис. 3, а, б) возникает небольшая зона значительных растягивающих напряжений  $\sigma_x$ . В остальной преобладающей зоне наблюдаются небольшие сжимающие напряжения. Это объясняется тем, что в направлении оси  $x$  не действуют внешние силы, поэтому главный вектор напряжений должен быть равен нулю.

Условие равенства нулю главного вектора напряжений выполняется и в области контакта параллелепипеда с абсолютно твердым гладким телом (рис. 4, а, б).

На линиях  $x = 0$  и  $z = \frac{h}{2}$  (аналогично на линии  $x = \frac{a}{4}$  и  $z = \frac{h}{2}$ ) растягивающие напряжения  $\sigma_y$  становятся сжимающими в области контакта с абсолютно твердым телом (рис. 5, а).

На свободной грани  $x = \frac{a}{2}$  наблюдается неоднократная смена знака напряжений  $\sigma_y$  (рис. 5, б).

Числовой расчет выполнен на ЭВМ при  $a = 0,2$  м;  $b = 0,4$  м;  $h = 0,6$  м;  $h_0 = 10^{-5}$  м. Суммы представлены 50 слагаемыми.

Изображенные на рис. 1 точки расположены на наружных поверхностях. Точка 1 находится в начале координат. Номера точек нарастают последовательно сначала по оси  $z$ , потом по оси  $y$  и  $x$  с шагом, равным четверти длины соответствующей стороны.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Б о й к о Н.Я. Сжатие упругого параллелепипеда при действии на него полного и усеченного жесткого клинообразного штампа. – В кн.: Теоретическая и прикладная механика. Минск: Выш. шк., 1978, вып. 6, с. 18–28.

УДК 517.946

Д.П.ЮЩЕНКО (ГГУ)

### О ПЕРВОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ УРАВНЕНИЙ СТАТИКИ МОМЕНТНОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ В МНОГОСВЯЗНЫХ ОБЛАСТЯХ СО ЩЕЛЯМИ

В работе изучается первая краевая задача для однородных уравнений статики моментной теории упругости (уравнений м.т.у.) [1, с. 49] в многосвязной области со щелями. Автор предполагает, что читатель имеет возможность ознакомиться с монографией [1], поэтому будут использоваться обозначения и результаты из [1] с необходимыми ссылками.

Пусть  $E_3$  – трехмерное евклидово пространство, а  $D \in E_3$  – область с границей  $S = \bigcup_{k=0}^m S_k$  и  $\sigma = \bigcup_{j=1}^n \sigma_j$ , причем  $S_k$  и  $\sigma_j$  являются соответственно замкнутыми и незамкнутыми поверхностями класса  $L_1(\alpha)$ . Поверхность  $\sigma_j$  имеет простой замкнутый край  $\gamma_j$ . Будем предполагать, что только  $S_0$  охватывает все остальные поверхности и, кроме того, две различные поверхности не имеют общих точек и не охватывают друг друга. За положительную нор-