

На рис. 2,а приведены результаты, иллюстрирующие зависимость максимальной безводной нефтеотдачи в элементах симметрии фронтальной и шахматной систем расстановки от параметра  $a$ . Кривые 1 и 2 получены для  $\mu = 2$  и 5, соответственно, при фронтальной, а кривые 3 и 4 для  $\mu = 2$  и 5 — при шахматной системе расстановки. Коэффициент  $\beta_*$  в случае шахматной расстановки с увеличением  $a$  растет незначительно; в системе с фронтальным расположением  $\beta_*$  меняется заметно. При смещении нагнетательных скважин относительно эксплуатационных от фронтальной до шахматной системы  $\beta_*$  увеличивается, но для значений  $a$  более 4 преимущества шахматного расположения становятся менее заметными.

Зависимость  $\beta_*$  от  $\mu$  показана на рис. 2,б. Кривые получены: 1 — для шахматной системы при  $a = 1$ ; 2 — для фронтальной системы при  $a = 3$ ; 3 — для девятиточечной системы при  $\tau = 0,5$ . Во всех случаях максимальная безводная нефтеотдача с увеличением  $\mu$  монотонно убывает. При  $\mu$ , приблизительно равном 1, полученные из расчетов значения  $\beta_2$  близки к соответствующим значениям, найденным при решении задачи о вытеснении в поршневом приближении [2]. Заметим, что при переходе критического значения вязкости  $\mu = 3$  (при  $\mu < 3$  фронт вытеснения устойчив, при  $\mu > 3$  — неустойчив) проявляется "нечувствительность" интегральных характеристик потока к разрушению гидродинамической устойчивости вытеснения (сравни [1]).

На рис. 3 приведены результаты, иллюстрирующие зависимость  $\beta_*$  от  $\tau$  при вытеснении в девятиточечной системе, когда  $\mu = 2$  (кривая 1) и  $\mu = 5$  (кривая 2). Как следует из графиков при любом фиксировании  $\mu$   $\beta_*$  достигает максимума при  $\tau \approx 0,1$ . По полученным кривым нетрудно также сделать вывод, что на период безводной нефтеотдачи достаточно эффективной является пятиточечная система ( $\tau = 0$ ). Соответствующие ей значения  $\beta_*$  отличаются от максимальных, достигаемых в девятиточечной системе при  $\tau \approx 0,1$ , незначительно.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Е н т о в В.М., Т а р а н ч у к В.Б. Численное моделирование процесса неустойчивого вытеснения нефти водой. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, № 5, с. 58–63. 2. М а с к е т М. Течение однородных жидкостей в пористой среде. — М.-Л.: Гостехиздат, 1949. — 606 с. 3. Т а р а н ч у к В.Б., Ч у д о в Л.А. Численный метод для решения некоторых задач плоской двухфазной фильтрации в области со скважинами. — Численные методы механики сплошной среды. 1974, т. 5, № 4, с. 90–102.

УДК 532.526

А.С.ВАСИЛЬЕВ, Г.Н.МИХЕЕВ,  
Н.И.ЧЕПЕЛЕВ (БПИ)

### ТЕЧЕНИЕ ПУАЗЕЙЛЯ С ПОГРАНИЧНЫМ СЛОЕМ ПЕРЕМЕННОЙ ВЯЗКОСТИ

Известны растворы, имеющие меньшую вязкость по сравнению с вязкостью растворителя. Течения таких растворов представляют большой интерес, когда в пограничном слое присутствует переменная вязкость, способная

уменьшать вязкость раствора. В таких случаях гидродинамическое сопротивление трения может быть существенно снижено. Ранее [1] рассматривалось решение некоторых задач в случае течений без градиента давления. В частности, приведены результаты расчетов при стационарном и нестационарном обтекании пластины при течении Куэтта.

В настоящей работе приводятся результаты решения задачи осесимметричного течения с градиентом давления — течения Пуазейля. Очевидно, такие же результаты получаются при установившемся плоскопараллельном течении в канале, ограниченном двумя плоскими стенками.

Пусть вязкость изменяется по закону (рис. 1).

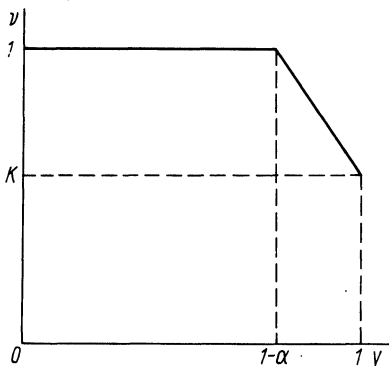


Рис. 1.

$$\nu = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 \leq y \leq 1 - \alpha \\ \frac{1}{\alpha} [1 - \kappa + \kappa \alpha - (1 - \kappa) y] & \text{при } 1 - \alpha \leq y \leq 1, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\alpha$  — толщина диффузионного слоя, отнесенная к радиусу трубы  $R$ ;  $\nu$  — вязкость раствора, отнесенная к вязкости растворителя;  $y$  — безразмерная величина, характеризующая расстояние от центра трубы вдоль поперечного сечения, отнесенная к радиусу трубы;  $\kappa$  — минимальная вязкость вблизи стенки трубы, т.е.

$$\nu|_{y=1} = \kappa.$$

Уравнение движения в диффузионном слое в цилиндрических безразмерных координатах имеет вид

$$\frac{d}{dy} \left( \nu \frac{du}{dy} \right) + \frac{\nu}{y} \frac{du}{dy} = P, \quad (2)$$

где  $P = \frac{R^2}{\rho \nu_0 u_0} \left( \frac{dP}{dx} \right)$  — безразмерный градиент давления.

Здесь  $\rho$  — плотность жидкости;  $\nu_0$  — кинематический коэффициент вязкости растворителя;  $u_0$  — скорость жидкости в центре трубы.

Граничные условия

$$\begin{aligned} u &= 0 & \text{при } y &= 1; \\ u &= u_\alpha & \text{при } y &= 1 - \alpha. \end{aligned} \quad (3)$$

Решением уравнения (2) с учетом (1) и (3) является

$$u = u_\alpha \frac{\ln \left| \frac{\alpha \kappa y}{(1 - \kappa + \kappa \alpha - (1 - \kappa) y)} \right|}{\ln |\kappa(1 - \alpha)|} - \frac{\alpha P \{ (1 - \kappa) \alpha + (1 - \kappa + \kappa \alpha) \ln \kappa \} \ln \left| \frac{\alpha \kappa y}{1 - \kappa + \kappa \alpha - (1 - \kappa) y} \right|}{2(1 - \kappa)^2 \ln |\kappa(1 - \alpha)|} +$$

$$+ \frac{\alpha P}{2(1-\kappa)^2} \left\{ (1-\kappa)(1-y) + (1-\kappa+\kappa\alpha) \ln \left| \frac{\kappa\alpha}{1-\kappa+\kappa\alpha-(1-\kappa)y} \right| \right\}. \quad (4)$$

Уравнение движения за пределами диффузионного слоя [ 2 ] (где  $\nu = 1$ )

$$\frac{d^2 u}{dy^2} + \frac{1}{y} \frac{du}{dy} = P. \quad (5)$$

При этом граничные условия

$$u = u_\alpha \quad \text{при } y = 1 - \alpha; \quad (6)$$

$$\frac{du}{dy} = 0 \quad \text{при } y = 0.$$

Решением (5) с учетом (6) является

$$u = u_\alpha - \frac{P}{4} (1-\alpha)^2 + \frac{P}{4} y^2. \quad (7)$$

Максимальная скорость в центре трубы

$$u_0 = u_\alpha - \frac{P}{4} (1-\alpha)^2 = 1. \quad (8)$$

Определим  $u_\alpha$ , для чего объединим решения (4) и (7) на границе диффузионного слоя, приравняв производные  $\left. \frac{du}{dy} \right|_{y=1-\alpha}$ .

Тогда получим

$$u_\alpha = \frac{\alpha P \{ (1-\kappa)\alpha + (1-\kappa+\kappa\alpha) \ln \kappa \}}{2(1-\kappa)^2} \quad (9)$$

Таким образом, распределение скорости в диффузионном слое

$$u = \frac{\alpha P}{2(1-\kappa)^2} \left\{ (1-\kappa)(1-y) + (1-\kappa+\kappa\alpha) \ln \left| \frac{\kappa\alpha}{1-\kappa+\kappa\alpha-(1-\kappa)y} \right| \right\}.$$

Из (8) с учетом (9) безразмерный градиент давления

$$P = \frac{4(1-\kappa)^2}{2\alpha \{ (1-\kappa)\alpha + (1-\kappa+\kappa\alpha) \ln \kappa \} - (1-\alpha)^2 (1-\kappa)^2}$$

Окончательные выражения для распределения скорости в диффузионном слое и за его пределами соответственно имеют вид

$$u = \frac{2\alpha \left\{ (1-\kappa)(1-y) + (1-\kappa+\kappa\alpha) \ln \frac{\kappa\alpha}{1-\kappa+\kappa\alpha-(1-\kappa)y} \right\}}{2\alpha \{ (1-\kappa)\alpha + (1-\kappa+\kappa\alpha) \ln \kappa \} - (1-\alpha)^2 (1-\kappa)^2};$$

$$u = \frac{2\alpha \{ (1-\kappa)\alpha + (1-\kappa+\kappa\alpha) \ln \kappa \} + (1-\kappa)^2 [y^2 - (1-\alpha)^2]}{2\alpha \{ (1-\kappa)\alpha + (1-\kappa+\kappa\alpha) \ln \kappa \} - (1-\alpha)^2 (1-\kappa)^2}.$$

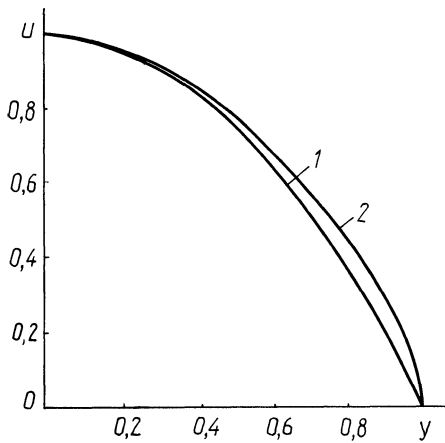


Рис. 2.

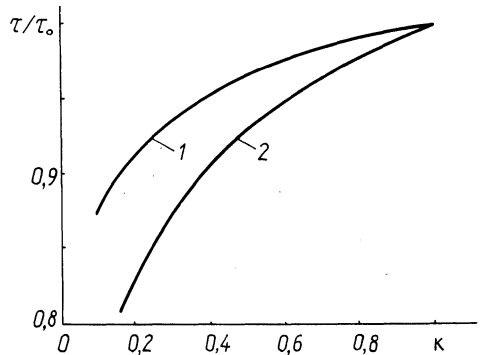


Рис. 3.

И тогда отношение касательных напряжений можно выразить следующим образом:

$$\frac{\tau}{\tau_0} = \frac{(1-k)^2}{(1-\alpha)^2(1-k)^2 - 2\alpha\{(1-k)\alpha + (1-k+\alpha)\ln k\}},$$

где  $\tau_0$  — касательное напряжение трения при обычном течении Пуазейля.

На рис. 2 представлено распределение скорости ( $1-k = 0,97$ ;  $2-k = 0,1$ ) при диффузионном числе Прандтля  $Pr_d = \frac{1}{\alpha^3} = 10^4$ , который приблизительно соответствует растворам высокомолекулярных соединений [3]. Заметим, что при уменьшении вязкости на 3% ( $\alpha = 0,97$ ) профиль скорости отличается от профиля Пуазейля не более чем на 0,5%.

Наибольший интерес представляет величина относительного трения на стенке трубы (рис. 3). Кривые 1, 2 соответствуют диффузионным числам Прандтля  $10^4$  и  $10^3$  соответственно.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В а с и л ь е в А.С. Некоторые модельные расчеты сопротивления трения при движении тел с пограничным слоем переменной вязкости. — ПМТФ, 1979, № 4, с. 61 — 65.
2. Ш л и х т и н г Г. Теория пограничного слоя. — М.: Наука, 1974. — 712 с. 3. П о в х И.И. Техническая гидромеханика. — Л.: Машиностроение, 1969. — 524 с.