$I_{II} = 0{,}008165$ кг·м^2; $I_{III} = 0{,}008302$ кг·м^2; $l_{s_3} = l_{s_5} = 0$;

$I_1 = 0{,}007$ кг·м^2; $f_{10} = f_{21} = f_{50} = f_{63} = f_{65} = 0{,}03$;

$f_{23} = 0{,}1$; $d_{10} = 0{,}035$ м; $d_{21} = 0{,}02$ м; $d_{23} = 0{,}03$ м;

$d_{30} = 0{,}017$ м; $d_{50} = 0{,}017$ м; $d_{63} = 0{,}01$ м; $d_{65} = 0{,}009$ м.

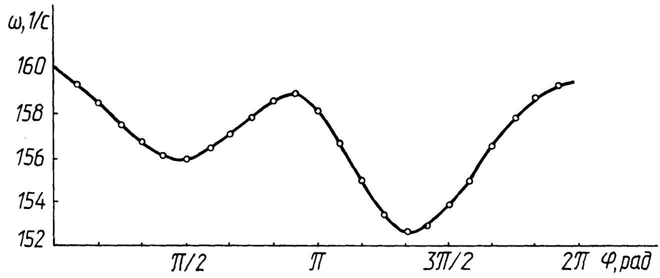

Рис. 2. График действительной угловой скорости ведущего звена.

График изменения угловой скорости ведущего звена, построенный на основании выполненных расчетов, показан на рис. 2. Коэффициент неравномерности движения равен

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{cp}} = \frac{159{,}4 - 152{,}7}{156{,}05} = 0{,}043.$$

Как видно из рис. 2, на некоторых участках ω превышает синхронную ω_c, т.е. двигатель тогда работает в генераторном режиме.

ЛИТЕРАТУРА

1. Акулич В.К., Астахов Э.И. Кинематический и силовой анализ пространственного рычажного механизма матричным методом. - В кн.: Теоретическая и прикладная механика. Минск, Выш. шк., 1983, вып. 10, с. 63–68. 2. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1979. – 576 с. 3. Зиновьев В.А., Бессонов А.П. Основы динамики машинных агрегатов. – М.: Машиностроение, 1964. – 239 с.

УДК 532.546

В.Б.ТАРАНЧУК, канд.физ.-мат.наук (БГУ)

О ВЫТЕСНЕНИИ ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ НЕФТИ РАСТВОРОМ АКТИВНОЙ ПРИМЕСИ

В практику разработки нефтяных месторождений все более широко внедряются новые методы, сущность которых заключается в вытеснении нефти водными растворами с добавками активных примесей. К таким примесям относятся водорастворимые поверхностно-активные вещества и полимеры, карбонизированная вода и др. Применение активных примесей позволяет увеличить нефтеотдачу, но ввиду их относительно высокой стоимости следует выбирать оптимальную технологию. Эта задача решается разными способами и одним из наиболее перспективных является математическое моделирование, с помощью которого исследуются как простейшие одномерные, так и многомерные фильтрационные потоки. Для одномерных течений при определенных предположениях удается построить точные аналитические решения, которые можно использовать для изучения качественных характеристик процесса вытеснения и как эталонные для тестирования приближенных решений.

Математический аппарат исследования одномерных линейных задач вытеснения ньютоновской нефти раствором активной примеси достаточно развит, и в последнее время решен целый ряд принципиально важных задач (см., например, [1]). Однако решения получены для случаев, когда вытесняемая нефть является ньютоновской и ее движение описывается обобщенным законом Дарси. В то же время известно, что для нефти многих месторождений характерно проявление вязкопластических свойств. Поэтому задача о вытеснении неньютоновской нефти раствором активной примеси представляет не только теоретический, но и практический интерес.

В настоящей работе дано и иллюстрируется примерами точное аналитическое решение одномерной линейной задачи о вытеснении вязкопластической нефти водным раствором с добавками реагента, снижающего поверхностное натяжение.

Рассмотрим процесс изотермической фильтрации двух несмешивающихся несжимаемых жидкостей в недеформируемой пористой среде, если вытесняемая жидкость является вязкопластической, а вытесняющая – ньютоновской, но содержит активную примесь. Пусть справедливо крупномасштабное приближение, т.е. капиллярный скачок давления и диффузионный перенос примеси пренебрежимо малы. Тогда для случая одномерного течения в горизонтальном пласте из законов фильтрации, уравнений неразрывности фаз и закона сохранения массы примеси [1, 2] имеем:

$$u_1 = -\frac{kf_1}{\mu_1}\cdot\psi_1\cdot\frac{\partial p}{\partial x},\ u_2 = -\frac{kf_2}{\mu_2}\cdot\frac{\partial p}{\partial x}; \tag{1}$$

$$m\frac{\partial s}{\partial t} - \frac{\partial u_1}{\partial x} = 0,\quad m\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial u_2}{\partial x} = 0; \tag{2}$$

$$m\frac{\partial}{\partial t}\left(sc + \frac{a}{m}\right) + \frac{\partial}{\partial x}(cu_2) = 0, \tag{3}$$

где x, t – пространственная координата и время, $x \geqslant 0, t \geqslant 0$; k, m – абсолютная проницаемость и пористость среды; индексы $i = 1$ и 2 относятся к вытесняемой и вытесняющей фазам; u_i, μ_i, f_i – скорость фильтрации, вязкость и относительная фазовая проницаемость i-й фазы; $\psi_1 = 1 - G/|\partial p/\partial x|$, если $|\partial p/\partial x| > G$; $\psi_1 = 0$, если $|\partial p/\partial x| \leqslant G$; G – предельный градиент давления; s – насыщенность пористой среды вытесняющей жидкостью; c – концентрация примеси в вытесняющей фазе, a – количество примеси, сорбированное пористым скелетом.

Преобразуем систему уравнений (1) – (3). Складывая уравнения неразрывности (2), получаем, что суммарная скорость фильтрации $u = u_1 + u_2$ не зависит от координаты x , а является функцией только времени t . В дальнейшем считается, что u задано и $u > 0$.

Из закона фильтрации вытесняемой фазы следует, что при модулях градиента давления меньше предельного нефть застывает и не движется. Условие застывания $|\partial p/\partial x| \leqslant G$ может быть преобразовано к виду

$$f_2 \geqslant \chi, \tag{4}$$

где $\chi = (\pi\mu)^{-1}$, $\pi = kG/(u\mu_1)$, $\mu = \mu_1/\mu_2$. С учетом (4) из (1) – (3) для определения насыщенности s и концентрации c нетрудно получить систему уравнений

$$m\frac{\partial s}{\partial t} + u\frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0; \tag{5}$$

$$m\frac{\partial}{\partial t}\left(sc + \frac{a}{m}\right) + u\frac{\partial}{\partial x}(\Phi c) = 0, \tag{6}$$

где $\Phi = 1$ при $f_2 \geqslant \chi$, $\Phi = \varphi$ при $f_2 < \chi$, $F = \mu f_2(f_1 + \mu f_2)^{-1}$, $\varphi = F(1 + \pi f_1)$ Если нефть является ньютоновской, то и система (5) – (6) совпадает с рассмотренной в [1]. Функция F является монотонно возрастающей и имеет точку перегиба. При $G \neq 0$ на интервале, где $0 < \Phi < 1$, Φ также монотонно возрастает (рис. 1). Сопоставляя функции Φ при $G \neq 0$ и F , очевидно, что решение рассматриваемой задачи может быть построено по аналогии с [1], но его структура из-за возможности застывания нефти (см., например, [3]) будет сложнее, чем в случае, когда нефть является ньютоновской.

Не останавливаясь на всех случаях, рассмотренных в [1], приведем решение для условий, когда $a = a(c)$ и $a'' < 0$. Пусть в начальный момент $s(x,0) = s_0 = \text{const}$, $k = \text{const}$, $m = \text{const}$, на входе $x = 0$ скорость фильтрации нефти $u_1 = 0$, а скорость водной фазы $u = \text{const}$, в водном растворе содержится примесь, снижающая остаточную нефтенасыщенность и $F_{,c} < 0$.

При сделанных предположениях естественно искать решение вида $s = s(\xi)$; $c = c(\xi)$, $\xi = mx(ut)^{-1}$. Из (5), (6), переходя к переменной ξ, получаем

$$\xi\frac{ds}{d\xi} = \frac{d\Phi}{d\xi}; \tag{7}$$

$$\xi\frac{d(sc + a/m)}{d\xi} = \frac{d(\Phi c)}{d\xi}, \tag{8}$$

а сформулированные начальные и граничные условия приводят к соотношениям:

$$s = s^*, \quad c = c^0, \quad \xi = 0; \tag{9}$$

$$s = s_0, \quad c = 0, \quad \xi \to \infty, \tag{10}$$

где $1 - s^*$ – остаточная нефтенасыщенность; c^0 – концентрация примеси в закачиваемой вытесняющей жидкости.

Задача (7) – (10), как и исходная для системы уравнений в частных производных, не имеет непрерывных решений и следует строить разрывные. Соотношения на скачках (сравни [1]) после перехода к автомодельной переменной и несложных преобразований могут быть записаны в виде

$$\xi_c = \frac{\Phi^- - \Phi^+}{s^- - s^+} \; ; \qquad \xi_c = \frac{\Phi^\pm}{s^\pm + s_a}, \tag{11}$$

где индексы "+" и "–" обозначают функции перед и за скачком, соответственно, $s_a = (a^- - a^+)[m(c^- - c^+)]^{-1}$

Учитывая, что $a'' < 0$, можно доказать, что решение $c(\xi)$ является кусочно-постоянным:

$$c(\xi) = c^0, \; 0 \leqslant \xi \leqslant \xi_1, \; c(\xi) = 0, \; \xi > \xi_1,$$

где ξ_1 – координата сопряженного скачка, на котором должны выполняться условия (11). Тогда задача сводится к построению решения уравнения (7) в областях, где $c = c^0$ и $c = 0$. Вообще говоря, можно построить бесконечно много решений системы (7), (8), но, следуя [1], существует единственное, которое является устойчивым решением и приводится в данной работе.

Опишем основные этапы построения решения для случая, когда задано начальное условие $s_0 = s_*(0)$. (Обобщение на случаи $s_0 > s_*(0)$, в том числе на случай вытеснения остаточной нефти, т.е. если $s_0 = s^*(0)$, производится без затруднений).

Определение насыщенности застывания $s_з$. Решается уравнение $f_2(s, c^0) = \chi(c^0)$. Пусть s^1 – насыщенность застывания, а $1 - s_з$ является неуменьшаемой при данном режиме вытеснения величиной нефтенасыщенности. Координата $\xi_з$, для которой $s = s_з$, в этом случае очевидно $\xi_з > 0$. При $s^1 \geqslant s^*(c^0)$ застывания нефти не происходит и полагаем $\xi_з = 0$, $s_з = s^*(c^0)$. Режим вытеснения, когда $\xi_з = 0$, условимся называть режимом вытеснения без застывания.

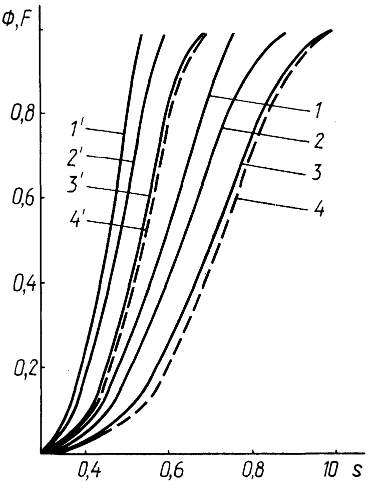

Рис. 1. Зависимости $\Phi(s, c^0\pi)$ при $\pi = 10, 6, 1$ и $F(s, c^0)$; 1–4, а также $\Phi(s, 0, \pi)$ и $F(s, 0)$ – для тех же значений (кривые 1'–4').

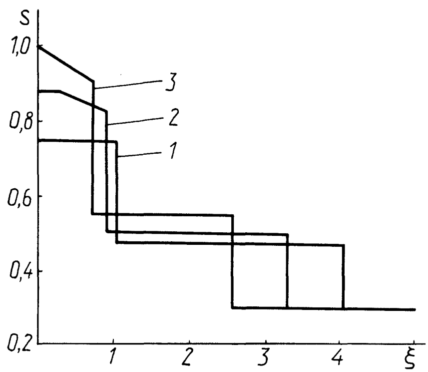

Рис. 2. Решения $s(\xi)$ для $\pi = 10, 6$ и 1 (профили 1–3 соответственно).

Расчет координаты сопряженного скачка, насыщенности за и перед ним, а также ξ_3, если $\xi_3 > 0$. Решается трансцендентное уравнение

$$\frac{\partial\varphi(s, c^0)}{\partial s} = \frac{\varphi(s, c^0)}{s + s_a}. \tag{12}$$

Учитывая характерный вид функции $\varphi(s, c^0)$, следует, что корень s^2 уравнения (12) $s^2 < s^*(c^0)$. Если $\xi_3 = 0$, корень $s^2 = s_1$ – значение насыщенности за сопряженным скачком. При $\xi_3 > 0$ возможны два случая: $s^2 < s_3$ и $s^2 \geqslant s_3$. Если $s^2 \geqslant s_3$, полагаем $s_1^- = s_3$, а такой режим вытеснения по аналогии с [3] предлагается называть поршневым. Для координат в этом случае имеем $\xi_1 = \xi_1 = \varphi(s_3, c^0)/(s_3 + s_a)$. При $s^2 < s_3$ – $s_1^- = s^2$, а такой режим вытеснения предлагается называть режимом вытеснения с застыванием. В этом случае $\xi_1 = \Phi(s_1^-, c^0)/(s_1^- + s_a)$ и из (7) $\xi_3 = \partial\Phi(s_3, c^0)/\partial s$. (Очевидно, что $\xi_3 < \xi_1$).

С учетом найденных ξ_1, s_1^- решается уравнение

$$\xi_1 = \frac{\Phi(s_1^-, c^0) - \Phi(s, 0)}{s_1^- - s},$$

откуда находим $s = s_1^+$ – значение насыщенности перед сопряженным скачком.

Вычисление положения переднего скачка насыщенности ξ_2 и значения насыщенности s_2 за ним. Решается уравнение

$$\frac{\partial\Phi(s, 0)}{\partial s} = \frac{\Phi(s, 0) - \Phi(s_0, 0)}{s - s_0}.$$

Пусть s_c – корень этого уравнения, $\xi_c = \partial\Phi(s_c, 0)/\partial s$. Если $s_c \geqslant s_1^+$, принимаем $s_2^- = s_1^+$, $\xi_2' = [\Phi(s_2^-, 0) - \Phi(s_0, 0)]/(s_2 - s_0)$, $\xi_2 = \xi_2'$. При $s_c < s_1^+$ – $s_2^- = s_c$, $\xi_2 = \xi_c$, $\xi_2' = \partial\Phi(s_1^+, 0)/\partial s(\xi_2' < \xi_2)$.

Расчет насыщенности в областях между скачками. После определения координат , положений скачков и их параметров, а также насыщенности застывания (концентрация примеси в каждой из выделенных областей постоянна) исходя из уравнения (7) получаем формулу насыщенности:

$$\xi = \frac{\partial\Phi(s, c)}{\partial s}, \tag{13}$$

где $c = c^0$ либо $c = 0$ и тогда из (13) получаем $s = s(\xi)$.

Следовательно, решение определяется так:

$$\begin{aligned}
&c(\xi) = c^0, s(\xi) = s_3, \quad 0 \leqslant \xi \leqslant \xi_3;\\
&c(\xi) = c^0, s = s(\xi), (s_1^- \leqslant s < s_3), \quad \xi_3 < \xi \leqslant \xi_1;\\
&c(\xi) = 0, s = s_1^+, \quad \xi_1 < \xi \leqslant \xi_2';\\
&c(\xi) = 0, s = s(\xi), (s_c \leqslant s < s_2^-), \xi_2' < \xi \leqslant \xi_2;\\
&c(\xi) = 0, s = s_0, \xi = \xi_2.
\end{aligned}$$

Для иллюстрации описанного решения рассмотрим случай вытеснения вязкопластической нефти водным раствором с примесью, снижающей поверхностное натяжение. Результаты лабораторного исследования такого процесса вытеснения приведены в [4]. Предположим, что адсорбция примеси описывается изотермой Ленгмюра, насыщенность связанной воды при добавлении примеси не меняется, вязкость вытесняемой нефти постоянна; относительные фазовые проницаемости, вязкость водной фазы и остаточная нефтенасыщенность определяются по аналогии с [5].

На рис. 1 приведены зависимости $\Phi(s, c^0)$, $F(s, c^0)$, $\Phi(s,0)$ и $F(s,0)$, построенные при значениях $\pi = 10{,}6$ и 1, когда $c^0 = 0{,}05\,\%$; $\mu_2(0) = 1$ сПз, $\mu(0) = 2$, $\mu(c^0) = 0{,}5$; $s_* = 0{,}3$; $s^* = 0{,}7$; $s^*(c^0) = 1$. На рис. 2 показаны соответствующие решения при $s_a = 0{,}2$. Как видно из графиков, при $\pi = 10$ имеет место поршневой режим вытеснения, при $\pi = 6$ – режим вытеснения с застыванием, при $\pi = 1$ – режим вытеснения без застывания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е н т о в В.М. Физико-химическая гидродинамика процессов в пористых средах (Математические модели методов повышения нефтеотдачи пластов). – М./Институт проблем механики АН СССР. Препринт № 161, 1980. – 64 с. 2. Б е р н а д и н е р М.Г., Е н т о в В.М. Гидродинамическая теория фильтрации аномальных жидкостей. – М.: Наука, 1975. – 199 с. 3. А л и ш а е в М.Г. Одномерное несмешивающееся вытеснение неньютоновской жидкости водой. – В сб.: Численные методы решения задач фильтрации несжимаемой жидкости. Новосибирск/Ротапринт ВЦ СО АН СССР, 1975, с. 38–50. 4. Особенности вытеснения аномальной нефти водными растворами ПАВ при малых градиентах давления/ В.В. Д е в л и к а м о в, М.М. К а б и р о в, В.Г. С у л т а н о в, Г.А. Ш а м а е в. – Изв. вузов. Нефть и газ, 1981, № 7, с. 23–26. 5. Т а р а н ч у к В.Б. О постановке и методе расчета задачи мицеллярно-полимерного заводнения. – Докл. АН БССР, 1981, т. 25, № 3, с. 232–235.

УДК 532.546

В.М.ДУБОВИК, В.Б.ТАРАНЧУК,
канд.физ.-мат.наук (БГУ)

О РЕЗУЛЬТАТАХ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА ВЫТЕСНЕНИЯ НЕФТИ ВОДОЙ В РЕГУЛЯРНЫХ СИСТЕМАХ РАССТАНОВКИ СКВАЖИН

Рассматривается изотермическое вытеснение нефти водой, когда капиллярные и гравитационные эффекты не учитываются, пористая среда является недеформируемой, фильтрующиеся фазы – несмешивающимися, несжимаемыми и ньютоновскими. Для задачи о вытеснении нефти водой во фронтальной, шахматной и девятиточечной системах расстановки нагнетательных и эксплуатационных скважин приведены результаты численного моделирования, иллюстрирующие зависимость максимальной безводной нефтеотдачи от отношения вязкостей нефти и воды, способа расстановки и режимов работы скважин.

Задача о вытеснении нефти водой при указанных предположениях сводится к нахождению давления p и водонасыщенности s как функций времени t