

ключающегося в получении системы уравнений, которая является решением канонической системы метода перемещений и ее аналогом.

Подсчитаем моменты и поперечные силы в точках контура, где наложены фиктивные связи, и приравняем их к нулю. Получим

$$\begin{aligned} \sum_j (\bar{M}_{n_k j}^p P_j + \bar{M}_{n_k n_j}^m M_{n_j} + \bar{M}_{n_k t_j}^m \bar{M}_{t_j} + M_{n_k}^q) &= 0; \\ \sum_j (\bar{M}_{t_k j}^p P_j + \bar{M}_{t_k n_j}^m M_{n_j} + \bar{M}_{t_k t_j}^m M_{t_j} + M_{t_k}^q) &= 0; \\ \sum (\bar{Q}_{k_j}^p P_j + \bar{Q}_{k n_j}^m M_{n_j} + \bar{Q}_{k t_j}^m M_{t_j}) + Q_k^q &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Но P_j, M_{n_j}, M_{t_j} теперь могут быть выражены через реальные перемещения краев:

$$\begin{aligned} P_j &= \sum_e (\bar{P}_j^e w_e + \bar{P}_{jn}^e v_{n_e} + \bar{P}_{jt}^e v_{t_e}) + P_j^0; \\ M_{n_j} &= \sum_e (\bar{M}_{n_j}^e w_e + \bar{M}_{n_j n}^e v_{n_e} + \bar{M}_{n_j t}^e v_{t_e}) + M_{n_j}^0; \\ M_{t_j} &= \sum_e (\bar{M}_{t_j}^e w_e + \bar{M}_{t_j n}^e v_{n_e} + \bar{M}_{t_j t}^e v_{t_e}) + M_{t_j}^0. \end{aligned} \quad (5)$$

Подставив (5) в (4), получим систему уравнений относительно w_e, v_{n_e}, v_{t_e}

Здесь $P_j^0, M_{n_j}^0, M_{t_j}^0$ решение системы (3). Определение значений w_e, v_{n_e}, v_{t_e} полностью решает поставленную задачу.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б е з у х о в И.И., Л у ж и н О.В. Приложение методов теории упругости и пластичности к решению инженерных задач. — М.: Выш. шк., 1974. — 200 с.

УДК 539.214

М.Д.МАРТЫНЕНКО, д-р физ.-мат.наук (БГУ),
Л.Н.БУТКЕВИЧ, канд.техн.наук (ВТИЛП)

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ МЕТАЛЛОВ ПРИ ИСПЫТАНИЯХ НА ТВЕРДОСТЬ

Аналитическое решение контактной осесимметричной задачи с учетом упрочнения материала полупространства сопряжено со значительными математическими трудностями. В связи с этим особый интерес и внимание заслуживают результаты экспериментальных исследований напряженного и деформированного состояния полупространства при осесимметричной контактной дефор-

мации нагружения штампа. Для проведения таких испытаний впервые был использован метод микроструктурных измерений пластической деформации, разработанный Г.А.Смирновым-Аляевым и В.М.Розенцвейг [1, 2] .

В настоящее время эксперименты в основном проводятся по изучению пластических свойств металлов. В качестве объекта исследований нами были взяты образцы из стали 20. Материал выбирали по наличию четко выраженных границ зерен и хорошей полируемости.

В специально изготовленную струбцину помещали образец. Поверхность разреза образца подвергалась электрополировке. На одной его половине посредством электроотправления был изготовлен микрошлиф. Для фотографирования участков поверхности микрошлифа на разных этапах пластической деформации применялся микроскоп МИМ-7. С помощью объектива Т-82 и окуляра К20 получено линейное увеличение в 340 раз. Замеряя расстояния между соответствующими точками микрошлифа на разных этапах пластической деформации и обрабатывая на ЭВМ результаты измерений, мы находили величины главных логарифмических деформаций [1, 2] :

$$\epsilon_1 = \ln \frac{2a}{d} ; \quad \epsilon_2 = \ln \frac{2b}{d} ; \quad \epsilon_N = -\epsilon_1 - \epsilon_2 ,$$

где 2a и 2b – большая и малая оси эллипса, в который деформируется окружность диаметра d , мысленно выделенная в плоскости меридионального сечения образца; ϵ_1, ϵ_2 – главные логарифмические деформации в этой плоскости; ϵ_N – деформация в окружном направлении, определяемая из условия несжимаемости.

Математическая обработка результатов измерений позволяет определить также положение главных осей деформации по отношению к некоторому произвольно выбранному направлению.

Для изучения характера протекания пластической деформации в металле при внедрении в него конических штампов (в частности, при испытаниях на твердость) было осуществлено ступенчатое погружение штампа ($\alpha = 90^\circ$) усилиями $P_1 = 1,5$ т, $P_2 = 3$ т. Одни и те же участки поверхности меридионального сечения фотографировались до деформации и после каждого этапа погружения.

В табл. 1 даны результаты расчета значений главных деформаций и положения главных осей (угол θ) при изменении внешнего усилия, действующего на конус, от $P_0 = 0$ до $P_1 = 1,5$ т, затем от $P_1 = 1,5$ т до $P_2 = 3$ т. Эти же значе-

Т а б л и ц а 1

Зависимость главных деформаций (ϵ) и положения главных осей (θ) от изменения внешней нагрузки

Нагрузка	ϵ_1	ϵ_2	ϵ_N	ϵ_i	θ (рад)	ν
0 – P_1	0,009180	-0,012701	0,003520	0,000631	-0,062207	0,4826562
P_1 – P_2	0,024196	-0,039952	0,015756	0,005952	-0,064921	0,7368525
0 – P_2	0,033378	-0,052518	0,019139	0,010382	-0,06006	0,668459

ния главных деформаций были подсчитаны и для конечной деформации при изменении нагрузки от $P_0 = 0$ до $P_2 = 3 \tau$.

Исследования позволяют сделать вывод, что процесс пластической деформации протекает монотонно. Это означает неизменность угла θ (максимальные деформации связаны с одними и теми же точками сечения), а также сохранение за весь процесс деформации параметра Лоде $\nu = \frac{2\epsilon_N - \epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 - \epsilon_2}$, характеризующего вид малой деформации.

Указанное свойство нарушается в зоне, отделяющей материал полупространства, который находится непосредственно под конусом и испытывает деформацию сжатия в вертикальном направлении, от материала, примыкающего к свободной поверхности и испытывающего деформацию сжатия в горизонтальном направлении. Положение этой зоны четко выявляет картина муаровых полос, полученная нанесением сетки в горизонтальном направлении (рис. 1).

На участках монотонности пластической деформации величины главных логарифмических деформаций пропорциональны главным скоростям пластической деформации [2].

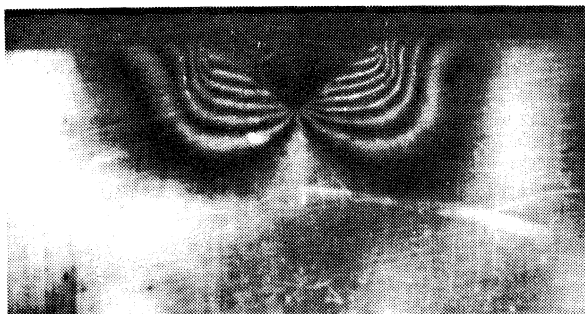


Рис. 1. Деформация полупространства при вертикальном введении конического индектора (картина муаровых полос).

Экспериментальные исследования дают возможность выявить общие закономерности процесса пластической деформации на различных стадиях упрочнения металла при введении конических штампов различных углов раствора. Выясняется, что $\epsilon_1 > 0$ и $\epsilon_N > 0$, а $\epsilon_2 < 0$. Например, для $\alpha = 100^\circ$ изменения значения главных деформаций по глубине пластической зоны показано в табл. 2. Следовательно, и скорости пластической деформации обладают тем свойством, что для различных значений внешней силы при любом значении достигнутого упрочнения металла в меридиональном сечении $\dot{\epsilon}_1 = \mu$; $\dot{\epsilon}_2 = -\mu - \lambda$, а в окружном направлении $\epsilon_N = \lambda$. Здесь μ , λ — некоторые положительные скаляры.

Идеально пластическая среда является предельной для упруго пластического упрочняющегося тела. От упрочняющегося пластического тела можно перейти к идеально пластическому, осуществив следующий предельный переход [3] :

Распределение главных деформаций
(незаполненные места соответствуют

z, мм	ϵ_1	ϵ_2	ϵ_N	ϵ_1
0,2				
0,4				0,0130
0,6	0,0071	-0,04571	0,03855	0,01270
0,8	0,0130	-0,04344	0,03042	0,01270
1,0	0,0070	-0,0320	0,0256	0,0110
1,2	0,0021	-0,0150	0,0128	0,0020
1,4	0,0173	-0,0277	0,0104	0,0103

$$\lim [h^{-1} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \sigma_{ij}] = \mu_0 \text{ при } h \rightarrow 0; \dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} \rightarrow 0,$$

где h – функция упрочения; f – функция нагружения; σ_{ij} – компоненты тензора напряжения; μ_0 – параметр, определяемый соотношением

$$\epsilon_{ij}^p = \mu_0 \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}.$$

Анализируя пластическое течение идеально пластического тела, возникающее при постоянном поле напряжения, представленном ребром AF [4,5] призмы текучести Треска, нужно отметить, что согласно ассоциированному закону пластического течения и условию, что течение на ребре является линейной комбинацией течений слева и справа, можно определить [4] скорости пластической деформации $\dot{\epsilon}_1 = \mu$; $\dot{\epsilon}_N = \lambda$; $\dot{\epsilon}_2 = -\mu - \lambda$. Следовательно, при решении контактных задач внедрения конических штампов в идеально пластическую среду представляется физически обоснованным условие пластичности Хаара-Кармана, при котором $\sigma_1 = \sigma_2 + 2k$; $\sigma_1 = \sigma_3$. Здесь k – постоянная пластичности.

Последние соотношения часто применяются в качестве условия пластичности для теоретического анализа осесимметричных задач, замыкая систему уравнений идеальной пластичности и делая ее статически определенной. Проведенные исследования доказывают, что для рассматриваемого пластического течения указанное условие не лишено физического обоснования.

Зная ϵ_1 , ϵ_2 , ϵ_3 в исследуемых точках пластического объема, можно определить интенсивность деформаций:

$$\epsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_2 - \epsilon_N)^2 + (\epsilon_N - \epsilon_1)^2}.$$

Величина ϵ_i может быть определена в непосредственной близости от поверхности контакта конического штампа с металлом при разных значениях угла раствора штампа. Таким образом, мы получили возможность оперировать не усредненными характеристиками деформации поверхностного слоя

по глубине пластической зоны
области, занятой индектором)

ϵ_2	ϵ_N	ϵ_1	ϵ_2	ϵ_N
		0,0076	-0,0125	0,00492
-0,0377	0,00465	0,01287	-0,01389	0,00102
-0,01395	0,00125	0,0127	-0,01376	0,00061
-0,01395	0,0085	0,01291	-0,01394	0,00102
-0,0157	0,0039	0,0126	-0,0116	0,0010
-0,0586	0,0658	0,0096	-0,0162	0,0065
-0,0121	0,0017	0,0056	-0,0177	0,0121

металла в зоне контакта [5, 6], а общепризнанной характеристикой деформированного состояния – интенсивностью деформации. Эксперименты показывают, что средняя величина интенсивности в зоне контакта, подсчитанная как среднее значение ϵ_i вдоль образующей конической лунки, уменьшается с увеличением угла раствора конуса и для $\alpha \geq 170^\circ$ она принимает значение $\epsilon_i^{cp} \leq 0,0117$.

Для большой группы малоуглеродистых и некоторых низколегированных сталей деформация, отвечающая окончанию площадки текучести, составляет приблизительно 1%, а условный предел текучести определен при допуске 0,2%. Это позволяет заключить о существовании тесной связи между твердостью, измеряемой коническими инденторами $\alpha \geq 170^\circ$ и условным пределом текучести для этих металлов. Твердость, измеряемая этими штампами, дает значение среднего напряжения на поверхности лунки, вызывающее такую же интенсивность деформации, как и при растяжении до предела текучести.

Измерение твердости (при строгом подходе к рассматриваемым процессам) позволяет лишь приблизительно оценить механические характеристики металла. Однако это компенсируется преимуществами большой простоты метода и возможностью его применения на готовых моделях. Существующие формулы связи твердости с пределами прочности и текучести металла [5, 6] имеют тот существенный недостаток, что не учитывают степени предварительной пластической деформации. С увеличением степени наклепа сталей величина предела текучести, определенная по этим формулам, меньше значений этих же величин, определенных испытаниями на растяжение. Для устранения отмеченного недостатка необходимо прежде всего установить четкое количественное выражение понятия "степень наклепа" или "степень пластической деформации". В условиях производства крайне неудобно эту характеристику определять по изменению высоты осаживаемого образца. Испытаниями разнонаклепанных металлов на твердость установлено [7], что с увеличением предварительного наклепа металла перепад значений твердости, измеренной коническими инденторами с разными углами при вершине (H_{90} и H_{170}), уменьшается. Указанное свойство служит основанием для введения оценки степени упрочняемости металлов по формуле

$$U = \left[1 - \frac{d_1^2}{d_2^2} \right] 100,$$

где d_1 — диаметр отпечатка конического индентора с углом при вершине 90° , d_2 — диаметр отпечатка конуса с углом при вершине 170° , полученные при внедрении упомянутых инденторов в металл с одинаковой силой. С приближением наклепа металла к насыщению U приближается к нулю.

Введение этого параметра U позволяет оценить степень пластической деформации в заготовке и в изделии, дать заключение об эффективности применения различных видов предварительной пластической деформации и для других целей, связанных с обработкой металлов.

Для установления зависимости условного предела текучести сталей от степени наклепа были проведены эксперименты по определению U для разнонаклепанных сталей. Стальные призматические образцы $15 \times 25 \times 75$ мм сжимались на 300-тонной испытательной машине различными усилиями. Для создания равномерного предварительного наклепа испытываемого материала необходимо уменьшить трение в торцах при сжатии, так как оно искажает поля линий скольжения, и деформации по образцу распределяются неравномерно. Поэтому подготовленные к испытанию образцы подвергались отжигу и после зачистки торцевых выточек наполнялись графитовой смазкой. После сжатия образцы очищались, поверхности образцов на маленькой подаче шлифовались до чистоты 0,63. Затем усилием 3 т внедрялись конусы с углом раствора $\alpha = 90^\circ; 120^\circ; 170^\circ$. В качестве расчетного диаметра лунки выбиралось среднее арифметическое диаметров, измеренных во взаимно перпендикулярных направлениях. Твердость рассчитывалась делением усилия вдавливания на площадь проекции отпечатка (твердость по Мейеру) по формуле

$$H_\alpha = \frac{4P}{\pi d^2},$$

Из центрального слоя деформированного образца при малой подаче и обильном охлаждении вырезались образцы для испытаний на растяжение (ГОСТ 1497-73, образец № 7, тип V).

Образцы испытывались на машине УМ-10, записывающее устройство которой позволяло получить графики $P \sim \Delta l$. Затем стандартными методами находился условный предел текучести ($\sigma_{0,2}$). Полученные величины характеристик сопоставлялись со значениями чисел твердости для одного и того же образца и находились значения коэффициентов стеснения:

$$k_{0,2} = \frac{\sigma_{0,2}}{H_{170}}$$

при различных степенях наклепа, оцениваемых величиной параметра U .

Для испытаний были выбраны стали, наиболее распространенные в станкостроении и судостроении: стали 45, 35, 20, 3 ХТД, 12 НЗА, Х18Н9г, 25ХГТ, ХВГ. Методом П.Л.Чебышева была получена следующая корреляционная зависимость коэффициента $k_{0,2}$ от параметра U [8]:

$$k_{0,2} = 0,2676 + 0,104U - 0,0002U^2 (\pm 0,0121),$$

где в скобках указана основная ошибка соответствующего уравнения. Применение полученной зависимости для определения предела текучести сталей по твердости превосходит по точности и удобству применения испытания на растяжение. Универсальность испытаний достигается тем, что конические инденторы создают подобные отпечатки и при нагрузках, больших 250 кг, а числа твердости не зависят от усилия вдавливания.

Промышленные испытания изложенного выше безобразцового способа определения предела текучести сталей по твердости дали хорошие результаты [9]. Приведенная зависимость $k_{0,2} \sim U$ может быть использована при составлении соответствующего ГОСТа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Смирнов - Аляев Г.А., Розенцвейг В.М. Метод микроструктурных измерений пластической деформации. – Заводская лаборатория, 1951, № 11, с. 1343–1351.
2. Смирнов - Аляев Г.А. Сопроотивление материалов пластическому деформированию. – М.-И.: Машгиз, 1961. – 480 с.
3. Ивлеев Д.Д., Быковцев Г.И. Теория упрочняющего пластического тела. – М.: Наука, 1971. – 232 с.
4. Шилд Р. О пластическом течении металлов в условиях осевой симметрии. – В кн.: Сборник переводов "Механика". М.: Изд-во иностр. лит., 1957, № 1, с. 102–121.
5. Марковец М.П. Определение механических свойств металлов по твердости. – М.: Машиностроение, 1979. – 191 с.
6. Тылевич Н.Н. Определение механических свойств судостроительных материалов методом вдавливания. – Тр. ЦНИИтехнологии судостроения, Судпрогиз, 1959, вып. XXIII, с. 3–94.
7. А.с. 261748 (СССР). Способ определения способности металла к наклепу / С.С.Васаукас, Э.В.Лангес, М.А. Малишаукас. – Опубл. в Б.И., 1970, № 5.
8. Митропольский А.К. Техника статических вычислений. – М.: Физматгиз, 1961. – 479 с.
9. Буткевич Л.Н. Исследование вдавливания конического штампа в пластическое полупространство применительно к испытаниям на твердость. Автореф. дис...канд.техн.наук. Минск, 1981. – 157 с.

УДК 624.074

Ф.И.ПОДГАЙСКИЙ (БПИ)

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СФЕРИЧЕСКОГО СТЕРЖНЕВОГО КАРКАСА, ПОДВЕРГАЕМОГО МЕХАНИЧЕСКОМУ И ТЕМПЕРАТУРНОМУ НАГРУЖЕНИЯМ

В работе [1] авторами исследовалось напряженное состояние элемента стержневой системы, представляющей собой сферический каркас. Однако изучение напряженно-деформированного состояния отдельных плоских элементов пространственных конструкций не дает полной картины распределения напряжений всего объекта. Поведение элемента конструкции в условиях лабораторных испытаний и в самой конструкции различно. Напряженное состояние элемента в последнем случае зависит не только от способа нагружения, но и от его взаимодействия с соседними элементами.

В конечном итоге неоднородное напряженно-деформированное состояние приводит к тому, что заранее предсказать, где, как и когда начнется разруше-