УДК 539.3

Е.А. СВИРСКИЙ, А.И. ПРУСОВ (БГУ)

ДЕФОРМИРУЕМОСТЬ ДВУХСЛОЙНОЙ БАЛКИ ПО ТОЛЩИНЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВНЕШНИХ НОРМАЛЬНЫХ НАГРУЗОК

Рассмотрим напряженно-деформированное состояние двухслойной пластинки рис. 1, к ограничивающим плоскостям которой приложены нагрузки p и q.

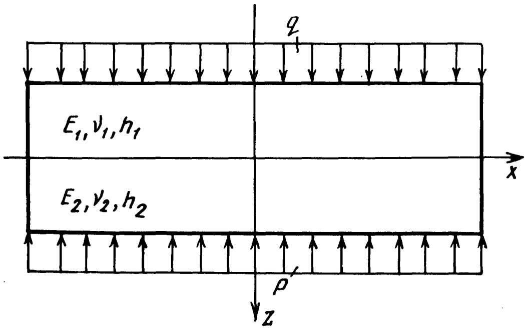

Рис. 1. Геометрия задачи

Деформируемость двухслойной пластинки (смятие) будем определять как сумму смятий каждого слоя, определяемых по формулам [1]:

$$w_{1\,см} = -\frac{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)h_1}{E_1(1-\nu_1)}(q+R); \tag{1}$$

$$w_{2\,см} = \frac{(1+\nu_2)(1-2\nu_2)\,h_2}{E_2(1-\nu_2)}(p+R), \tag{2}$$

где R – значение σ_z при $z=0$.

Значение σ_z (а вместе с нею и R) найдем, решая уравнение $\Delta^2\sigma_z=0$ при граничных условиях:

для верхнего слоя

$$\begin{aligned} &\sigma_z = -q \quad \text{при } z=-h_1; \\ &\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0 \quad \text{при } z=-h_1; \end{aligned} \tag{3}$$

для нижнего слоя

$$\begin{aligned} &\sigma_z = -p \quad \text{при } z=h_2; \\ &\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0 \quad \text{при } z=h_2. \end{aligned} \tag{4}$$

и, кроме того, предположим, что

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0 \quad \text{при } z = 0 , \tag{5}$$

σ_z представим в виде $\sigma_z = A_0 + A_1 z + A_2 z^2 + A_3 z^3$.

Удовлетворяя граничным условиям для верхнего слоя (3) и (5), получим

$$\sigma_z^{1} = (-q + \frac{1}{2} A_3 h_1^3) - \frac{3A_3 h_1}{2} z^2 + A_3 z^3 ;$$

аналогично для нижнего слоя, удовлетворяя условиям (4) и (5),

$$\sigma_z^{2} = (-p - \frac{1}{2} A_3 h_2^3) + \frac{3A_3 h_2}{2} z^2 + A_3 z^3 .$$

Равенство $\sigma_z^{1} = \sigma_z^{2}$ при $z = 0$ дает нам возможность определить A_3 и, следовательно, R:

$$-q + \frac{1}{2} A_3 h_1^3 = -p - \frac{1}{2} A_3 h_2^3 ;$$

$$A_3 = \frac{2(q-p)}{h_1^3 + h_2^3} ; \quad R = \frac{h_2^3 q + h_1^3 p}{h_1^3 + h_2^3} .$$

Тогда (1) и (2) принимают вид

$$w_{1\,\text{см}} = \frac{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)h_1}{E_1(1-\nu_1)} \quad \frac{2h_2^3 q + h_1^3 (q+p)}{h_1^3 + h_2^3} ; \tag{6}$$

$$w_{2\,\text{см}} = \frac{(1+\nu_2)(1-2\nu_2) h_2}{E_2(1-\nu_2)} \quad \frac{2h_1^3 p + h_2^3 (q+p)}{h_1^3 + h_2^3} . \tag{7}$$

Учет смятия (6), (7) позволяет уточнить изгиб двухслойных балок на упругом основании по схеме, приведенной в [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Свирский Е.А. О линейной задаче Проктора. – В кн.: Теоретическая и прикладная механика. Минск: Выш. шк., 1983, вып. 10, с. 61–65. 2. Мартыненко М.Д., Прусов А.И., Свирский Е.А. Изгиб биметаллической балки на упругом полупространстве. – В кн.: Механика неоднородных структур.: Тез. докл. I Всесоюзн. конф. (Львов, 6–8 сентября 1983 г.) Киев: Наук. думка, 1983, с. 136–137.