

логафа для записи ударных импульсов, создаваемых пружинами 4,5. На рис. 2 показаны формы ударных импульсов соответственно для: а — удар пружины 4; б — удар пружины 5; в — удар пружинами 4 и 5 в случае незакрепленных между собой свободных концов; г — удар пружинами 4 и 5 в случае соединенных свободных концов пружин между собой.

Таким образом, результаты экспериментальной проверки позволяют сделать вывод, что в случае параллельного соединения системы пружин, у кото-

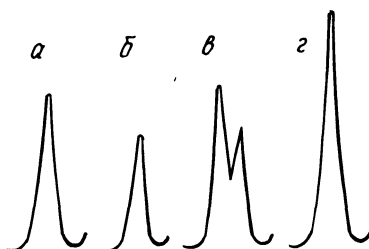


Рис. 2. Формы ударных импульсов

рых свободные концы соединены между собой, удар происходит синхронно, ударные импульсы накладываются и суммируются по силе удара. Если же свободные концы пружин не соединены между собой, то ударные импульсы суммируются по времени. Следовательно, в зависимости от производственной необходимости система параллельно соединенных пружин, навитых с предварительным натягом, позволяет создавать переменные формы ударных импульсов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вихренко В.С., Гуськов А.М., Соловей П.И. Удар пружины, навитой с предварительным натягом. — Изв. вузов. Машиностроение, 1981, № 8, с. 28–32.
2. Вихренко В.С., Соловей П.И. Динамика навитой с предварительным натягом пружины с присоединенной массой. — В кн.: Расчеты на прочность. М.:Машиностроение, 1983, вып. 24, с. 112–120.
3. Соловей П.И., Вихренко В.С. Влияние постоянной силы на движение пружины, навитой с предварительным натягом. — В кн.: Теоретическая и прикладная механика. Минск: Выш. шк., 1983, вып. 10, с. 96–103.

УДК 532.783

В.Б. НЕМЦОВ, канд.техн.наук (БТИ)

МОЛЕКУЛЯРНО-СТАТИСТИЧЕСКОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ВЯЗКОСТИ НЕМАТИЧЕСКИХ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛОВ

Последовательная статистическая теория [1–4] позволяет провести расчет коэффициентов вязкости нематических жидких кристаллов. Для этого необходимо привлечь ряд оправданных приближений.

Коэффициенты вязкости Лесли α_i (обозначения их соответствуют [5]) для несжимаемого нематика выражаются через компоненты тензоров a_{ijkl} ,

$E_{ijk1}, F_{ijk1}, \lambda_{ij1}, A_{ij1}, b_{ik}$, структура которых определена с учетом симметрии нематиков, относящейся к группе $D_{\infty h}$. Эти тензоры входят в материальное уравнение для тензора напряжений

$$\tau_{ij} = -P\delta_{ij} + a_{ijk1}\epsilon_{kl} + E_{kl1j}\nu_{kl} - \lambda_{ij}M_1^0 \quad (1)$$

и в систему уравнений движения для директора n_i и тензорного параметра порядка D_{ij}

$$e_{ikl}n_k \frac{dn_l}{dt} = \omega_i + \lambda_{ikl}\epsilon_{kl} - A_{kli}\nu_{kl} + b_{ik}M_k^0; \quad (2)$$

$$\frac{dD_{ij}}{dt} = -F_{ijk1}\nu_{kl} + \beta E_{ijk1}\epsilon_{kl} + \beta A_{ij1}M_1^0. \quad (3)$$

Здесь ν_{ij} — термодинамический параметр, сопряженный D_{ij} ; $\beta = (kT)^{-1}$; T — абсолютная температура; k — постоянная Больцмана; $\epsilon_{ij} = \partial v_i / \partial x_j - \omega_l e_{lij}$; v_i — гидродинамическая скорость; ω_i — средняя угловая скорость собственного вращения молекул; e_{ikl} — символ Леви-Чивита; $M_i^0 = e_{ijl}n_j h_l$; h_l — молекулярное поле [4]; p — давление.

Уравнения (1)–(3) получены путем неравновесного усреднения соответствующих микроскопических уравнений. Упомянутые тензоры a_{ijk1} , E_{ijk1} и т.д. представляют собой интегралы по времени от временных корреляционных функций (ВКФ) потоков и источников, выраженных через характеристики движения и взаимодействия молекул [1–4]. Исключая параметр ν_{ij} из (1) и (2) с помощью (3) в низкочастотном пределе, когда $dD_{ij}/dt = 0$, получим выражение для τ_{ij} и уравнение движения для n_i , соответствующие феноменологическому подходу [5–7].

ВКФ, определяющие рассматриваемые тензоры, рассчитаны с помощью уравнения Фоккера–Планка для вращательной функции распределения [7] и равновесного усреднения в приближении среднего поля, определяемого эффективной потенциальной энергией молекулы

$$U = -3 \cdot 2^{-1} kT b s \cos^2 \theta, \quad (4)$$

где s — параметр порядка; θ — угол между директором и длинной осью молекулы, а интенсивность взаимодействия характеризуется $b = 4,5415$, значение которой установлено из условия фазового перехода из изотропной в нематическую фазу [9]. При расчете учтено, что время релаксации функции координат центров масс молекул значительно меньше времени ориентационной релаксации $\tau = \zeta / kT$, определяемой коэффициентом трения молекулы ζ . Тензоры A_{ij1} , F_{ijk1} и b_{ik} рассчитаны на основе решения уравнения Фоккера–Планка на кинетической стадии эволюции функции распределения [8], для вычисления же тензоров E_{ijk1} , λ_{ij1} и a_{ijk1} использовано решение этого уравнения на гидродинамической стадии [8].

Конечные формулы связывают коэффициенты вязкости с ζ и n (плот-

ностью числа частиц), параметром порядка s и параметрами χ и r , характеризующими форму молекулы:

$$\gamma_1 = \frac{3\zeta n s^2 (1 + 6^{-1}bq)}{qt (2+s)s^2 (1 + 6^{-1}bq) + 6s^2 - 1,5 bs^4}, \quad q = 2 + s - 4b^{-1};$$

$$\lambda = \frac{(1 - 2^{-1}bs^2) [4r + s + 3^{-1}\chi d (4 + 2s - 16b^{-1})] + 3^{-1}\chi d [1,25q(1 + 1,25^{-1}bs^2) + 9,75 s^2]}{3s(1 + 6^{-1}bq)};$$

$$\gamma_2 = -\lambda\gamma_1, \quad \alpha_4 = 2 \cdot 3^{-1}\zeta n [2r - s + 3^{-1} \cdot 2\chi db^{-1}]^2 (1 - s + b^{-1})^{-1}; \quad (5)$$

$$\gamma_3 = 3^{-1}\zeta n q^{-1} \left\{ [4r + s + 3^{-1}\chi d (4 + 2s - 16b^{-1})]^2 - [4r + s + 3^{-1}\chi d (4 + 2s - 16b^{-1}) + 1,25\chi d \cdot 3^{-1}q]^2 (1 + 6^{-1}bq)^{-1} \right\} - 2\alpha_4 + \gamma_2^2 \gamma_1^{-1};$$

$$\alpha_1 = -l\zeta ns^2; \quad \gamma_1 = \alpha_3 - \alpha_2, \quad \gamma_2 = \alpha_2 + \alpha_3, \quad \gamma_3 = \alpha_5 + \alpha_6.$$

Параметры χ , r и d рассчитываются по формулам

$$\chi = \left[\left(\frac{c}{a} \right)^2 - 1 \right] \left[\left(\frac{c}{a} \right)^2 + 1 \right]^{-1}; \quad r = (2\chi)^{-1} + \left[2 \left(\frac{c}{a} \right)^2 - 1 \right]^{-1};$$

$d = 1 + 3^{-1}\chi^2 + 2 \cdot 3^{-1}\chi^2 s^2$, в которых s , a — длина большой и малой осей эллипсоида вращения, моделирующего форму молекулы; l — подгоночный параметр, определяемый из опыта.

Коэффициент ζ выражается через компоненту тензора вращательной диффузии, поперечную к директору, $\zeta = \frac{\kappa\Gamma}{D}$. При этом D определяется ВКФ угловой скорости молекулы $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ формулой $D = \int_0^\infty \langle \omega(0)\omega(t) \rangle dt$. При

расчете D применяются правила сумм, аналогичные правилам сумм в случае трансляционной самодиффузии [10]. Для этого нужно вычислить величины

$\langle \left(\frac{d\omega}{dt} \right)^2 \rangle$ и $\langle \left(\frac{d^2\omega}{dt^2} \right)^2 \rangle$, выражаемые через бинарную и тернарную функции распределения. Так как эти функции неизвестны, то $\langle \left(\frac{d^2\omega}{dt^2} \right)^2 \rangle$ и $\langle \left(\frac{d\omega}{dt} \right)^2 \rangle$ рассчитываются в приближении среднего поля с помощью (4). В

итоге

$$D = 2^{3/2} m^{-1} (\kappa T)^{1/2} (3\pi bsI)^{-1/2} \langle \cos 2\theta \rangle^{-3/2} (\langle \cos^4 \theta \rangle - \langle \cos^2 \theta \rangle^2)^{1/2}, \quad (6)$$

$$\text{где } \langle \cos^4 \theta \rangle = 3^{-1} (2s + 1) - 2 \cdot 3^{-1} b^{-1}; \langle \cos^2 \theta \rangle = 3^{-1} (2s + 1),$$

$$\langle \cos 2\theta \rangle = 3^{-1} (4s - 1);$$

$\langle \dots \rangle$ – символ равновесного усреднения; I – момент инерции молекулы относительно "короткой" ее оси, а подгоночный параметр m содержит информацию о функциях распределения.

На основании формул (5) и (6) рассчитаны коэффициенты вязкости нематика МБА при $c/a = 7$. Параметр порядка s вычислен в приближении среднего поля. Значения $m = 1,17 \cdot 10^3$ и $l = 0,233$ определены на основе опытных данных по методу наименьших квадратов. Результаты расчета в сопоставлении с опытными данными приведены в табл. 1, в которой T_k – температура фазового перехода из изотропной в нематическую базу; вязкость измеряется в Па·с. Опытные данные взяты в обработке авторов работы [11].

В отличие от полуфеноменологической теории [11], включающей 9–12 подгоночных параметров, в данной работе используется всего два параметра, определяемых по опытным данным.

Т а б л и ц а 1. Коэффициенты вязкости МБА

$T_k - T$	$\gamma_1 \cdot 10$		$-\gamma_2 \cdot 10$		$a_4 \cdot 10$		$\gamma_3 \cdot 10$		$-a_1 \cdot 10$	
	теория	опыт	теория	опыт	теория	опыт	теория	опыт	теория	опыт
5	0,341	0,323	0,440	0,402	0,422	0,447	0,217	0,179	0,050	0,048
10	0,552	0,553	0,658	0,603	0,580	0,592	0,388	0,286	0,090	0,088
15	0,731	0,712	0,870	0,831	0,768	0,737	0,489	0,393	0,126	0,124
20	0,977	1,01	1,11	1,06	0,947	0,947	0,693	0,572	0,177	0,184
25	1,34	1,32	1,48	1,47	1,21	1,26	1,00	0,821	0,256	0,280

Достоинство предлагаемой теории заключается также в явном учета зависимости коэффициентов вязкости от молекулярных параметров.

ЛИТЕРАТУРА

- Немцов В.Б. Законы сохранения и материальные уравнения для систем снутренними движениями. – Докл. АН БССР, 1973, 17, № 12, с. 1089–1092.
- Немцов В.Б. Статистическая теория гидродинамических и кинетических процессов в жидких кристаллах. – ТМФ, 1975, 25, № 1, с. 118–131.
- Немцов В.Б. О статистической теории гидродинамических и релаксационных процессов в смектических жидких кристаллах. – ТМФ, 1983, 56, № 1, с. 87–102.
- N e m t s ó v V.B. Statistical Hydrodynamics of cholesteric Liquid Crystals. – Physica, 86A, 1977, s. 513–534.
- П. де Жен. Физика жидких кристаллов. – М.: Мир, 1977, с. 183–210.
- Аэро Э.Л., Булыгин А.Н. Линейная механика жидкокристаллических сред. – ФТТ, 1971, вып. 6, 13, с. 1701–1714.
- F o r s t e r D. and all. Hydrodynamic of Liquid Crystals. – Phys.Rev.Lett. 1971, 26, № 17, p. 1016–1019.
- К у н и Ф.М., С т о р о н к и н Б.А. Броуновское вращение во внешних полях. – ТМФ, 1977, № 3, 31, с. 417–430.
- M a i e r W. und S a u p e A. Eine einfache molekular – statistische Theorie der nematischen kristallin frussigen Phase. – Z. Naturforsch., 1960, 15a, № 4, p. 287–292.
- П. Р е з и б у а , М. д е Л е н е р. Классическая кинетическая теория жидкостей и газов. – М.: Мир, 1980, с. 341–347.
- D i o g o A.C. and M a r t i n s A.F. Order parameter and temperature dependence of the hydrodynamic viscosities of nematic Liquid crystals. – J. Phys (Paris), 1982, 43, p. 779–786.