

ном клине с пористой граничной поверхностью. — Тр. Моск. ин-та химич. машиностр., 1972, вып. 47, с. 108—112. 3. Г о р л а Р. Характеристика теплообмена в пористом упорном подшипнике. — Проблемы трения и смазки, 1979, № 4, с. 155—159. 4. К о н с т а н т и н е с к у В. О влиянии теплообмена между поверхностями как вторичного эффекта в газовой смазке. — Проблемы трения и смазки, 1969, № 1, с. 219—223. 5. М у р т и Р. Влияние скольжения в коротких пористых подшипниках. — Проблемы трения и смазки, 1973, № 4, с. 128—134. 6. П р у д н и к о в А.П., Б р ы ч к о в Ю.А., М а р и ч е в О.И. Интегралы и ряды. — М., 1981. — с. 797. 7. С л е з к и н Н.А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. — М., 1955. — с. 515.

УДК 539.3

А.Х.КИМ, д-р. техн. наук,
Г.С.СОКОЛОВСКИЙ, Т.Ф.БОГИНСКАЯ (БПИ)

ПРЕССОВАНИЕ СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ В ЦИЛИНДРАХ

Прессование сыпучих материалов в цилиндрических насадках осуществляется под большим усилием. При этом от распределения давлений внутри прессуемого материала зависит качество готового изделия.

Допустим, что сыпучий материал в цилиндре (рис. 1) подвергается сжатию поршнем под действием силы F . Требуется определить распределение давления внутри цилиндра. В процессе прессования вследствие возникновения распорного усилия происходит трение материала о стенки цилиндра. Уравнения равновесия в цилиндрических координатах в предположении, что напряженное состояние симметрично относительно оси цилиндра, имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} p_{rr} &= p_{\varphi\varphi}; \\ p_{r\varphi} &= p_{z\varphi} = 0; \\ \frac{\partial p_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial p_{rz}}{\partial z} &= 0; \\ \frac{\partial p_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial p_{zz}}{\partial z} + \frac{p_{rz}}{r} &= 0. \end{aligned} \right\} (1)$$

В качестве третьего уравнения воспользуемся часто применяемым в механике сыпучих сред соотношением

$$p_{rr}/p_{zz} = \lambda = \text{const} \quad (\lambda < 1),$$

где λ — коэффициент бокового распора.

Исключив из уравнений (1) p_{rz} , получим:

$$\lambda = \frac{\partial p_{zz}}{\partial r} - \frac{1}{r} \int \frac{\partial^2 p_{zz}}{\partial z^2} dr = 0.$$

Далее, положив $p_{zz} = R(r)Z(z)$, получим: $Z''/Z = -k^2$;

$$\lambda r R'' + \lambda R' + k^2 R r = 0.$$

Последнее уравнение с помощью подстановки $\gamma r = x$, где $\gamma = k/\sqrt{\lambda}$, приводится к уравнению Бесселя и его решением будет

$$R(r) = C_1 I_0(\gamma r) + C_2 K_0(\gamma r),$$

где $I_0(\gamma r)$ и $K_0(\gamma r)$ — функции Бесселя.

Функция $Z(z)$ имеет вид $Z(z) = D_1 \sin(kz) + D_2 \cos(kz)$. Общее выражение p_{zz} при $C_2 = 0$ будет:

$$p_{zz} = (M_1 \sin(kz) + M_2 \cos(kz)) I_0(\gamma r).$$

Для определения постоянных имеем условие:

$$2\pi \int_0^{R_1} p_{zz} \Big|_{z=0} r dr = F,$$

где R_1 — радиус цилиндра.

Учитывая трение прессуемой массы о стенки цилиндра, имеем второе условие:

$$|p_{rr}|_{r=R_1} f = |p_{rz}|_{r=R_1} \quad (2)$$

где f — коэффициент трения массы о стенки цилиндра.

Давление p_{zz} по модулю монотонно уменьшается с увеличением z . Поэтому положим $M_1 = 0$. Касательное напряжение p_{rz} в общем виде определяется из выражения $p_{rz} = -\frac{1}{r} \int r \frac{\partial p_{zz}}{\partial z} dr$. Подставляем сюда значение p_{zz}

и получим:

$$p_{rz} = -(kM_2 \sin(kz)/r) \int r I_0(\gamma r) dr.$$

Пользуясь известными соотношениями из теории функций Бесселя, находим:

$$p_{rz} = -(kM_2 \sin(kz)/\gamma) I_1(\gamma r).$$

Удовлетворить условие (2) в каждой точке поверхности контакта массы с цилиндром не удастся. Поэтому перепишем его в интегральной форме:

$$f \int_0^h (p_{rr})_{r=R_1} 2\pi R_1 dz = \int_0^h (p_{rz})_{r=R_1} 2\pi R_1 dz.$$

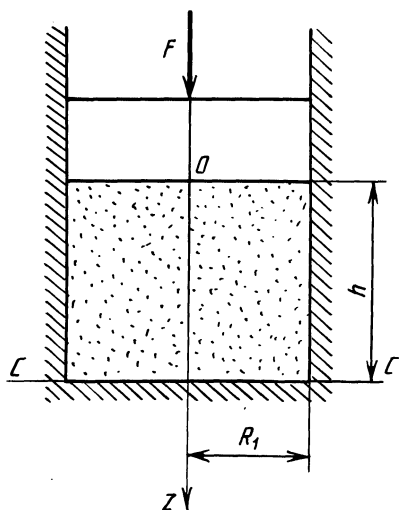


Рис. 1. Схема распределения сыпучего материала в цилиндре

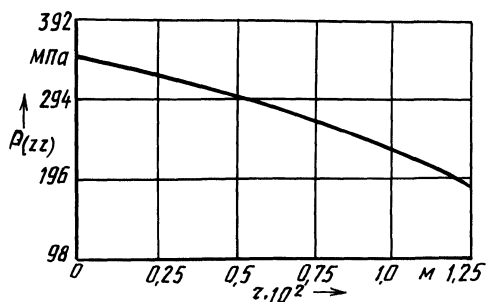


Рис. 2. Распределение давления p_{zz} при $z=h$

Получаем: $\lambda \sin(kh) / k f l_0 (\gamma R_1) = (1 - \cos(kh)) / k l_1 (\gamma R_1)$. Здесь $\gamma = k / \sqrt{\lambda}$.

Из этого уравнения определяется "k".

Важно знать распределение давления p_{zz} при $z = h$: $p_{zz} = M_2 \cos(kh) / l_0 \times \gamma$. Например, при $F = 14$ кН, $\lambda = 0,2$, $f = 0,7$, $h = 0,009$ м эта зависимость имеет вид, изображенный на рис. 2.

УДК 531.3

М.А.ЛЕВИН, канд. техн. наук (БПИ)

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ СИСТЕМЫ С КАЧЕНИЕМ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ШИРИНЫ ОБЛАСТИ КОНТАКТА ДЕФОРМИРУЕМОГО КОЛЕСА С ОПОРНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

В работе используется обобщение теории М.В.Келдыша (см. [1]), данное в публикациях автора [2]–[4]. Одной из особенностей этого обобщения является учет ширины области контакта между деформируемым колесом и опорной поверхностью. При этом рассматриваемый параметр оказывает существенное влияние на динамику систем с качением. При исследовании устойчивости движения указанных систем без учета ширины области контакта границы областей устойчивости могут определяться с заметной погрешностью. Покажем это на примере системы с самоориентирующимся колесом (рис.1).