

УСТОЙЧИВОСТЬ НЕПОЛОГИХ СЕТЧАТЫХ КУПОЛОВ

В строительстве широкое применение получили сетчатые купола, в том числе и непологие сетчатые купола с нерегулярным расположением стержней. Однако вопрос исследования устойчивости таких конструкций разработан недостаточно полно [1, 4, 5].

В данной работе рассмотрена возможность использования вариационного метода [2] для исследования общей устойчивости неполого сетчатого купола с нерегулярной решеткой. В основу положена классическая постановка задачи, базирующаяся на исследовании условий существования равновесных форм купола, смежных с его исходным безмоментным равновесным состоянием. Считается, что все стержни прямолинейны и при соединении образуют купол с вершинами, лежащими на сферической поверхности (рис.1); материал стержней подчиняется закону Гука, а значения напряжений остаются в пределах пропорциональности.

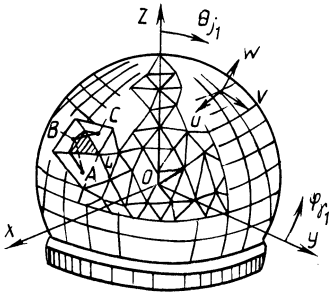


Рис. 1. Непологий сетчатый купол с нерегулярной решеткой

Зададим форму потери устойчивости, которая удовлетворяет граничным условиям при всестороннем обжатии купола. Примем вектор тангенциальных перемещений

$$V = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=2}^{\infty} B_{nm} \left(1 - \frac{\cos 4\pi n \theta_{j_1}}{\alpha}\right) \sin m \varphi_{j_1},$$

вектор нормальных перемещений

$$W = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=2}^{\infty} B_{nm} \frac{4\pi n}{\alpha} \sin \frac{4\pi n \theta_{j_1}}{\alpha} \sin m \varphi_{j_1},$$

где B_{nm} – произвольные коэффициенты; θ_{j_1} , φ_{j_1} – сферические координаты узлов; n , m – параметры волнообразования; α – угол раскрытия; j_1 – начальная точка j -го стержня.

Вектором тангенциальных перемещений U можно пренебречь [6].

Минимум потенциальной энергии будет при $n = 1$, $m = 2$ [3]. В дальнейшем эти индексы опущены.

Работа внешних сил

$$U_1 = \sum_{j_1=1}^{n_1} P_{j_1} \left(RW - \frac{W^2}{2} - V \frac{dW}{d\theta} - \frac{V}{2} \right), \quad (1)$$

где $P_{j_1} = \bar{P}_{кр} (A_1 \sin \gamma_1 + \dots + A_6 \sin \gamma_6)$; $\bar{P}_{кр}$ – интенсивность равномерно распределенной критической нагрузки обжатия купола; A_j – грузовая площадь для соответствующей вершины (на рис. заштрихована); n_1 – количество узлов сетки; γ – угол между прямыми LB и BO ; A, B – центры тяжести треугольников.

Энергия деформации стержней купола

$$U_2 = \sum_{j=1}^{n_2} \frac{EA_j}{2l_j} (\Delta l_j)^2, \quad (2)$$

где E – модуль Юнга материала стержней; A_j – площадь j -го стержня; l_j – длина j -го стержня; n_2 – количество стержней в сетке купола.

Решить задачу устойчивости по предложенной схеме можно несколькими вариантами.

1. Расчет по недеформированной схеме.

А. Работа внешних сил определяется по выражению (1), а в уравнении (2)

$$\Delta l_j = (ad + be + cr) / (a^2 + b^2 + c^2),$$

где

$$a = X_{j_2} - X_{j_1}; \quad b = Y_{j_2} - Y_{j_1}, \quad c = Z_{j_2} - Z_{j_1};$$

$$d = f_1(V_{j_2}, W_{j_2}) - f_1(V_{j_1}, W_{j_1}); \quad e = f_2(V_{j_2}, W_{j_2}) - f_2(V_{j_1}, W_{j_1});$$

$$r = f_3(V_{j_2}, W_{j_2}) - f_3(V_{j_1}, W_{j_1}).$$

Матрица преобразования координат, полученная аналогично [4],

$$\lambda = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}.$$

Б. Работа внешних сил рассчитывается по выражению (1). Энергия деформации определяется при пошаговом нагружении купола с учетом перемещений выпучивания. В уравнении (2)

$$\Delta l_j = [4(\alpha + \beta) + 2\delta(\eta + \mu) + \eta^2] / (a^2 + b^2 + c^2),$$

где $\alpha = ad + be + cr$; $\beta = \Delta ad + \Delta be + \Delta cr$; $\mu = \Delta a^2 + \Delta b^2 + \Delta c^2$; $\eta = 2a\Delta a + 2b\Delta b + 2c\Delta c$; $\delta = d^2 + e^2 + r^2$; $\Delta a, \Delta b, \Delta c$ – составляющие перемещений узлов.

В. Энергия деформации определяется с учетом геометрической нелинейности перемещений

$$U_1 = \sum_{j_1=1}^{n_1} P_{j_1} f_4 (W^4, \dots, \frac{dW}{d\theta} V^3, \dots, (\frac{dW}{d\theta})^2 V^2, \dots, V^2),$$

где f_4 – зависимость, полученная при разложении перемещения выпучивания в степенной ряд и удержании членов ряда до 4-й степени.

В уравнении (2)

$$\begin{aligned} (\Delta l_j)^2 = & \frac{1}{4(a^2+b^2+c^2)} \left\{ \delta^2 + 2 [4(\alpha+\beta)^2 + \delta(\eta+\mu+\eta^2)] + 4\delta(\alpha+\beta) - \right. \\ & - \frac{1}{2(a^2+b^2+c^2)} [3\delta [4(\alpha+\beta)^2 + \delta] + 8(\alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2) + 12\delta(\alpha+\beta) + 3\delta\eta^2 + \\ & \left. + \frac{5}{8(a^2+b^2+c^2)} [8\alpha^2(\alpha^2 + 4\alpha\beta + 6\beta^2) + 3\delta^2\eta^2] \right\}. \end{aligned}$$

2. Расчет по деформированной схеме. Процесс деформирования с учетом начальных несовершенств описывается функциями:

$$\begin{aligned} U_1 = & \sum_{j_1=1}^{n_1} P_{j_1} f_5 (W^4, \dots, \frac{dW}{d\theta} V^3, \dots, (\frac{dW}{d\theta})^2 V^2, \dots, V, \Delta a, \Delta b, \Delta c), \\ U_2 = & \sum_{j=1}^{n_2} \frac{EF_j}{2l_j} f_6 (a, b, c, \alpha, \beta, \delta, \eta, \mu), \end{aligned}$$

где f_5 – получена аналогично f_4 ; f_6 получена при разложении функции, описывающей деформации стержня при выпучивании, в степенной ряд.

Подставив предложенные значения для V, W в выражения работы внешних сил и энергии деформации для соответствующих вариантов, определяем $P_{кр}$, что и является решением поставленной задачи.

В предлагаемом подходе к анализу общей устойчивости непологих сетчатых куполов учитывается нерегулярность стержневого каркаса. При этом расчет сводится к решению небольшого числа нелинейных алгебраических уравнений, количество которых зависит от формы потери устойчивости, определяемой из экспериментальных исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев В.А. Исследование, разработка и внедрение металлических конструкций сетчатых оболочек: Автореф. дис. ... докт. техн. наук. – М., 1984. – 28 с. 2. Масленников А.М. Расчет сетчатых башен на устойчивость // Изв. вузов. Строительство и архитектура. – 1959. – № 3. – С. 97–108. 3. Тимошенко С.П. Устойчивость стержней, пластин и оболочек. – М., 1971. – 808 с. 4. Журавлев А.А. Купольные конструкции из дерева и пластмасс. – Ростов н/Д., 1983. – 102 с. 5. Шеничнов Г.И. Теория тонких упругих сетчатых оболочек и пластинок. – М., 1982. – 352 с. 6. Григорюк Э.И., Кабанов В.В. Устойчивость оболочек. – М., 1982. – 426 с.