

МЕТОД ВЫБОРА НЕВЫГОДНЕЙШИХ РАСЧЕТНЫХ СОЧЕТАНИЙ НАГРУЗОК

При действии на конструкцию постоянной и множества временных нагрузок возникает задача нахождения их невыгоднейшего расчетного сочетания (НРСН), наиболее неблагоприятного по отношению к условию надежной работы (УНР) конструкции или ее элементов. Здесь под термином "нагрузка" подразумеваются как силовые, так и температурные, кинематические и другие воздействия.

Задача выбора НРСН представляет собой ответственный этап проектирования силовых конструкций, необходимый для уменьшения степени сложности последующих задач по отысканию рациональных параметров систем. Ее сложность заключается в нахождении одного или нескольких невыгоднейших из большого числа возможных сочетаний связанных между собой нагрузок [1], что простым перебором для реальных конструкций осуществить трудно. Кроме того, данная задача решается многократно как в процессе оптимизации конструкции, так и при неоптимизационном ее расчете с учетом геометрически и физически нелинейных эффектов. Поэтому разработка соответствующего алгоритма, позволяющего экономить ресурсы ЭВМ, актуальна.

Проблеме выбора НРСН посвящены многие исследования [2, 3], рассматривающие ее с различной степенью общности. Точное решение задачи о НРСН получено в [3] для линейно деформируемых систем с линейными УНР конструкции. Оно реализовано в программном комплексе [4] для оптимизации перекрестных балочных систем. В данной работе результаты [3] развиваются на общий случай нелинейно деформируемых конструкций с нелинейными функциями, описывающими УНР.

В соответствии с положениями нормативных документов [1] нагрузки на конструкцию должны суммироваться в определенных сочетаниях с коэффициентами, учитывающими вероятность их реализации. Способ объединения нагрузок в сочетаниях зависит от их физической природы и характера взаимодействия. Он формализуется путем назначения подгрупп и максимального количества нагрузок, одновременно учитываемых в каждой подгруппе, а также групп и максимального количества подгрупп, одновременно учитываемых в группе. Затем в пределах подгрупп и групп выбираются всевозможные сочетания нагрузок.

Тогда вектор суммарных нагрузок F_{Σ} для каждого сочетания векторов независимых $F_j, j = \overline{1, J}$, где J – количество независимых нагрузок, записывается следующим образом:

$$F_{\Sigma}(g, i, r, k, F) = \sum_{v \in V_i} \sum_{j \in J_v^g} r_j k_j F_j \quad (1)$$

Здесь $F_{\Sigma} = \{F_t, t = \overline{1, n}\}$, n – число степеней свободы системы; $F_j = \{F_{jt}, t = \overline{1, n}\}$; g – номер сочетания в v -й подгруппе нагрузок; J_v^g – множество g -х сочетаний нагрузок в v -й подгруппе, $g = \overline{1, C_{|J_v|}^g}$; J_v – множество нагрузок в

v -й подгруппе; p – количество нагрузок, одновременно учитываемых в v -й подгруппе, $1 \leq p \leq P_v$; P_v – максимальное количество нагрузок, одновременно действующих в v -й подгруппе; v – номер подгруппы из i -й группы V_i сочетаний подгрупп нагрузок, $i = \overline{1, C_{|V|}^q}$; V – множество подгрупп нагрузок, q – количество одновременно учитываемых подгрупп нагрузок, $1 \leq q \leq Q$; Q – максимальное количество одновременно действующих подгрупп нагрузок; r_j – дискретная переменная, $r_j = \{0, 1\}$; k_j – коэффициент сочетаний для вектора F_j .

Искомая дискретная переменная r_j в формуле (1) определяет участие j -й нагрузки F_j в данном сочетании, соответствующее ее влиянию на УНР конструкции. Эти условия включают ограничения предельных или критических состояний, в том числе прочности или текучести, жесткости, устойчивости, трещиностокости, безотказности, а также различные конструктивные ограничения. Они записываются для общего случая в виде неравенств

$$\varphi_i (S(F_\Sigma)) = -f_i (S(F_\Sigma)) + S_{0i} \geq 0, i = \overline{1, l}, \quad (2)$$

где φ_i – левая часть неравенства, представляющая собой запас при i -м УНР для сечения, элемента или конструкции в целом; $S(F_\Sigma)$ – $n_1 l$ -мерный вектор суммарных усилий, зависящий от вектора нагрузок $F_\Sigma(1)$; n_1 – число степеней свободы расчетного сечения элемента, $1 \leq n_1 \leq 6$; l – число расчетных сечений; f_i – функция УНР, например условие прочности или пластичности; S_{0i} – предельное значение i -й константы, например предельное усилие в сечении; l – количество УНР.

Отметим, что УНР (2) могут выражаться также через перемещения или другие параметры напряженно-деформированного состояния (НДС) системы. Функции f_i УНР (2) либо задаются нормами независимо от нагрузок, либо формируются алгоритмически в зависимости от характера воздействий на конструкцию.

Ограничения (2) при условии обеспеченности надежной работы конструкции образуют в n -мерном евклидовом пространстве нагрузок F_Σ непустое замкнутое односвязное множество или тело, обычно выпуклое. Его поверхность характеризует предельное или критическое состояние сечения, элемента или системы и называется поверхностью взаимодействия нагрузок. Аналогичная поверхность взаимодействия усилий S строится в $n_1 l$ -мерном евклидовом пространстве векторов S или векторов других параметров НДС соответствующей размерности.

Задача о НРСН заключается в определении таких значений дискретных переменных r_j , определяющих участие j -х нагрузок в сочетании для i -го УНР, для которых запасы φ_i минимальны:

$$\varphi_i (S(\sum_{v \in V_i} \sum_{j \in J_v} r_j k_j F_j)) \rightarrow \min_{r_j, j = \overline{1, J}} \min_{i = \overline{1, l}}. \quad (3)$$

Геометрический смысл задачи (3) заключается в определении наименьшего расстояния от начала координат до поверхности взаимодействия нагрузок, которая имеет вид замкнутой оболочки.

Сформулированная задача (3) относится к целочисленным комбинаторным задачам оптимизации, для решения которых используются методы дискретного программирования. Обычный же перебор всех $(2^J - 1)$ сочетаний нагрузок для реальных задач при больших значениях J затруднен даже на быстродействующих ЭВМ. Поэтому в данной работе предлагается целенаправленный выбор НРСН с упорядочением сочетаний по степени их невыгодности.

Рассмотрим выполнение в задаче (3) первой операции, в процессе которой находятся дискретные переменные $r_j, j = \overline{1, J}$. Расположим нагрузки $F_j, j = \overline{1, J}$ в определенном порядке и вычислим для них приращения i -го запаса, которые обозначим $\delta_j = \Delta\varphi_{ij} (k_j F_j)$. Тогда для минимизации φ_i необходимо просуммировать все отрицательные приращения δ_j , а соответствующие нагрузки включить в i -е сочетание. Таким образом, принимаем

$$r_j = 1 \text{ при } \delta_j < 0; \quad r_j = 0 \text{ при } \delta_j \geq 0. \quad (4)$$

Следует отметить, что суммирование векторов F_j или S_j для линейно- и нелинейно-упругих систем в любой последовательности приводит к одному и тому же результату, поскольку НДС упругой конструкции не зависит от истории ее нагружения.

Для упругопластических систем как НРСН при фиксированных УНР, так и сами УНР определяются историей нагружения в рамках каждого сочетания нагрузок. Поэтому задачи выбора НРСН и построения УНР конструкции в общем случае оказываются связанными и решаются итерационно с помощью следующего алгоритма.

Вначале задается некоторое фиксированное условие (2), заведомо гарантирующее надежную работу конструкции. В предположении справедливости принципа суперпозиции по формулам (4) выбирается несколько НРСН с минимальными и близкими к ним запасами из условий (2) на основе расчета нелинейно-упругой конструкции на отдельные нагружения и приближенного суммирования параметров НДС для каждого сочетания. Учет пластических деформаций производится выравниванием запасов в условиях текучести (2) на уровне отдельных сечений, элементов или системы в целом.

Затем для выбранных НРСН выполняется уточненный расчет нелинейно-упругой или упругопластической системы на действие всех нагрузок в сочетании. В последнем случае рассматриваются всевозможные или наиболее невыгодные истории загрузки в пределах этого сочетания. Количество возможных историй загрузки в сочетании равно $p!$ в каждой v -й подгруппе сочетания отдельных нагрузок. Однако на практике перебор всех историй нагружения не обязателен, можно ограничиться перестановкой только нагрузок, вносящих наибольший вклад в функцию запаса.

Произведенный расчет позволяет выбрать окончательное на этой стадии НРСН и уточнить для него УНР конструкции, после чего выполняется новая стадия приближения. Критерием его окончания служит совпадение НРСН на двух ближайших итерациях.

Описанная процедура осуществляется для каждого из УНР (2), где находятся значения дискретных переменных r_j и запасов φ_j . Затем из полученных запасов выбирается наименьший, соответствующее ему сочетание нагрузок и

будет самым опасным, а набор переменных r_j для него определит искомое НРСН.

Найденные значения φ_j целесообразно расположить в порядке возрастания, так как в процессе дальнейшего проектирования конструкции, например методом экстремального базиса [5], понадобится $(n_2 + 2)$ таких значений минимальных запасов (n_2 — размерность вектора переменных проектирования).

После вычисления оптимальных параметров проектирования производится уточнение НРСН для измененных УНР. Этот итерационный процесс оказывается внешним по отношению к ранее описанному алгоритму, однако для ускорения счета возможно попеременное выполнение внешних и внутренних итераций.

Аналогично выбору НРСН отыскиваются невыгоднейшие расчетные сочетания усилий или других параметров НДС конструкции. В случае линейно-деформируемых систем с линейными УНР описанный выше алгоритм полностью совпадает с предложенным ранее решением [3] в явной форме.

Таким образом, в данной работе предлагаются строгая формулировка и алгоритм задачи о НРСН для общего случая произвольных линейно- и нелинейно-упругих или упругопластических конструкций, исключаящие по сравнению с известными промежуточные этапы и облегчающие ее решение на ЭВМ.

Разработанный подход оказывается особенно эффективным в реальных задачах оптимального проектирования конструкций с учетом нелинейных эффектов их поведения, где производится многократный перерасчет с уточнением НРСН, УНР и НДС.

ЛИТЕРАТУРА

1. СТ СЭВ 1407—78. Строительные конструкции и основания. Нагрузки и воздействия. Основные положения. — М., 1979. — 16 с.
2. Геммерлинг А.В. Расчет стержневых систем. — М., 1974. — 207 с.
3. Аляўдзін П.У., Мікалаеў А.М. Выбар разліковых спалучэнняў нагрузак на канструкцыю // Весці АН БССР. Сер. фіз.-тэхн. навук. — 1986. — № 4. — С. 11—14.
4. Николаев А.М., Покатаев А.В., Алявдин П.В. Оптимальное проектирование систем перекрестных балок СТОИК // Программ. обеспечение ЭВМ. — Мн., 1986. — Вып. 69. — С. 115—118.
5. Демьянов В.Ф., Васильев Л.В. Недифференцируемая оптимизация. — М., 1981. — 384 с.