гранулированного тела свидетельствуют полученные картины распределения нормальных и касательных напряжений.

Нормальные сжимающие напряжения σ_z в различных сечениях (рис.2, *а*) увеличиваются от края элемента к его вертикальной оси. Во всех приведенных сечениях напряжения σ_z достигают максимума на оси симметрии.

Распределение напряжений σ_x (рис. 2, *б*) также свидетельствует о неоднородности напряженного состояния. Заметим, что меньшая неоднородность напряжений наблюдается в осевой части элемента и значительно повышается к его краю.

ЛИТЕРАТУРА

1. Макушок Е.М., Дробышевский А.Е. Связь между плотностью прессовок и давлением при сжатии гранулированных материалов // Изв. АН БССР. Сер. физ.-техн. наук. – 1976. – № 4. – С. 8–12. 2. Сегал В.М., Макушок Е.М., Резников В.И. Исследование пластического формоизменения металлов методов муара. – М., 1974. – С. 199. 3. Макушок Е.М., Сегал В.М., Резников В.И. Обработка экспериментальных картин муара с применением ЭВМ // Докл. АН БССР. – 1972. – Т. 1, № 6. – С. 513–517.

УДК 539.3

В.А. КАЗАКЕВИЧ

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В УПРУГИХ НЕСЖИМАЕМЫХ ТЕЛАХ НА ОСНОВЕ МЕТОДА В.Л. РВАЧЕВА

Изучение волновых процессов в упругих несжимаемых телах, волн расширения и искажения в упругих сжимаемых телах связано в случае установившихся колебаний с интегрированием уравнения Гельмгольца. Перспективным подходом к построению устойчивых алгоритмов является использование интегральных уравнений [1]. В связи с этим ниже предлагается один из вариантов вывода таких уравнений, основанный на методе В.Л. Рвачева квазифункций Грина[2].

Рассмотрим задачу Дирихле для уравнения Гельмгольца:

$$(\Delta + k^2)\, v(x) = f(x), \qquad x \in D, \tag{1}$$

$$v(x) = 0, \quad x \in S = \partial D. \tag{2}$$

Здесь D – ограниченная область в E_3 с замкнутой гладкой поверхностью Ляпунова S.

По аналогии с [2] имеем для $v(x)$ следующее интегральное представление:

$$\delta(x)\, v(x) = -\iiint\limits_D G(x,\xi) f(\xi)\, d\xi + \iiint\limits_D v(\xi) K(x,\xi)\, d\xi, \tag{3}$$

где

$$\delta(x) = \begin{cases} 1, & x \in D, \\ 1/2, & x \in S, \\ 0, & x \bar{\in} D \cup S; \end{cases}$$

$$G(x,\xi) = \frac{1}{4\pi r}\exp(ikr) - \breve{q}(x,\xi);$$

$$q(x,\xi) = \frac{1}{4\pi\tilde{r}}\exp(ik\tilde{r}); \quad K(x,\xi) = -(\Delta + k^2)\breve{q}(x,\xi);$$

$$r = \sqrt{\sum_{i=1}^{3}(x_i - \xi_i)^2}; \quad \tilde{r} = \sqrt{r^2 + 4\omega(x)\omega(\xi)};$$

$\omega(x) = 0$ – нормализованное до первого порядка уравнение поверхности S $(\omega(x) > 0$ для $x \in D \setminus S)$. При этом

$$K(x,\xi)|_{x=\xi} = -\frac{1}{4\pi}e^{2ik\omega}\left\{\frac{k^2(1-(\nabla\omega)^2)}{2\omega} + \right.$$

$$\left. + \frac{(2ik\omega - 1)[3(1-(\nabla\omega)^2) + 2\omega\Delta\omega]}{8\omega^3}\right\}.$$

Отсюда вытекает, что для того чтобы $K(x,\xi)$ было непрерывно при $x = \xi$, функцию $\omega(x)$ следует выбрать в виде

$$\omega = \omega_0 + \omega_0^2 X + \omega_0^3 \Psi,$$

где

$$X = \frac{1}{8}(2\Delta\omega_0 - 3\Phi_0);$$

$$\Psi = \frac{1}{3}(3X\Delta\omega_0 - 4X^2 - 4X\Phi_0 + (\nabla\omega_0, \nabla X));$$

$$\Phi_0 = \omega_0^{-1}[(\nabla\omega_0)^2 - 1];$$

ω_0 – какая-либо нормализованная функция для S.

Данный метод редукции задачи Дирихле (1)–(2) к интегральному уравнению может быть без особых трудностей перенесен на другие классы граничных задач для уравнения Гельмгольца. Численная реализация уравнения (3) эффективна при сочетании метода дискретизации области и аппроксимации искомого решения конечным рядом по той или иной системе линейно независимых функций. При этом сама вычислительная процедура позволяет найти искомое решение во всей области его существования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Колтон Д., Кресс Р. Методы интегральных уравнений в теории рассеяния. – М., 1987. – 311 с. 2. Рвачев В.Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения. – Киев, 1982. – 551 с.