

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 620.178.311.82

В.М. СУРИН

О ЗАКОНАХ СКАНИРОВАНИЯ ЧАСТОТЫ ВОЗБУЖДЕНИЯ ПРИ ИСПЫТАНИИ АППАРАТУРЫ НА ВОЗДЕЙСТВИЕ СИНУСОИДАЛЬНОЙ ВИБРАЦИИ

Основным методом испытаний на вибропрочность является метод качающейся частоты [1]. Он заключается в плавном изменении частоты $f(t)$ возбуждения синусоидальной вибрации в определенном диапазоне от нижней f_n до верхней f_v частоты и обратно при постоянном уровне задаваемого воздействия.

Разнообразные по конструктивному исполнению изделия представляют [2] в виде совокупности не влияющих друг на друга элементов, имеющих разную собственную частоту f_0 и одинаковую механическую добротность Q , которая связана [3] с логарифмическим декрементом колебаний δ выражением $Q = \pi/\delta$. При натуральных воздействиях изделие является своеобразным фильтром, препятствующим прохождению вынужденных колебаний с частотами, близкими к собственным частотам входящих в него элементов. Эти задержанные частоты возбуждения и оказывают определяющее повреждающее действие, создавая резонансные режимы. При стендовых испытаниях методом качающейся частоты резонансные частоты изделия возбуждаются последовательно. Основную часть повреждений элементы получают [4] при прохождении частот резонансной полосы Δf_0 , ширина которой

$$\Delta f_0 = f_0/Q. \quad (1)$$

Повреждение определяется величиной амплитуды отклика и числом колебаний. Поэтому во время стендовых испытаний стремятся, чтобы все элементы испытываемого изделия при прохождении своих резонансов Δf_{0i} имели одинаковое время возбуждения, или одинаковую амплитуду отклика, или равное число циклов колебаний. На величину амплитуды отклика помимо значений f_0 и Q оказывает значительное влияние скорость изменения частоты df/dt в полосе резонанса [5]. Рассмотрим возможные законы сканирования частоты $f(t)$, обеспечивающие не только наилучшее совпадение натуральных и стендовых воздействий, но и большую повреждаемость изделий при ускоренных испытаниях.

Будем считать, что время Δt_0 прохождения резонансной полосы, независимо от ее ширины, для всех элементов изделия постоянно ($\Delta t_0 = \text{const}$). Вы-

ражение (1) представим в виде

$$\frac{\Delta f_0}{\Delta t_0} = \frac{f_0}{Q} \frac{1}{\Delta t_0} \quad (2)$$

В окрестностях частоты f_0 при $\Delta t_0 \rightarrow 0$ скорость изменения частоты возбуждения $df/dt = \Delta f_0/\Delta t_0$. Если принять, что Q не зависит от значения частоты и обозначить f_0 в обобщенном виде как f , уравнение (2) примет вид $df/dt = dt/(Q\Delta t_0)$. Интегрируя полученную зависимость, найдем, что частота возбуждения при соблюдении условия $\Delta t_0 = \text{const}$ изменяется по экспоненциальному закону и в зависимости от возрастания или убывания для момента времени t

$$f_{(1)}(t) = f_{\text{н}} \exp k_1 t \quad \text{или} \quad f_{(1)}(t) = f_{\text{н}} \exp k_1 (T - t), \quad (3)$$

где $k_1 = 1/(Q\Delta t_0) = \ln(f_{\text{в}}/f_{\text{н}})/T$ – коэффициент, характеризующий скорость изменения частоты; T – время однократного прохождения диапазона частот $f_{\text{н}} \dots f_{\text{в}}$.

Скорость изменения частоты при прохождении полосы Δf_0 полагаем постоянной для всех элементов изделия, т. е. $df/dt = k_2 = \text{const}$. Интегрируя это выражение, получаем, что частота возбуждения при соблюдении условия неизменности скорости сканирования

$$f_{(2)}(t) = f_{\text{н}} + k_2 t, \quad \text{или} \quad f_{(2)}(t) = f_{\text{н}} + k_2 (T - t), \quad (4)$$

где $k_2 = (f_{\text{в}} - f_{\text{н}})/T$.

Рассмотрим случай, когда число циклов колебаний при прохождении полосы Δf_0 для всех элементов испытываемого изделия неизменно, т. е. $\Delta n_0 = \text{const}$. Принимая частоту возбуждения в интервале Δf_0 равной f , получаем, что уравнение в обобщенном виде

$$df/f^2 = dt/Q\Delta n_0 \quad (5)$$

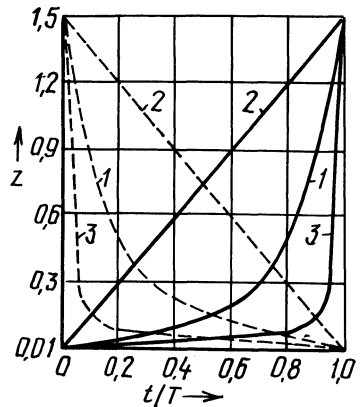


Рис. 1. Зависимость изменения нормированной частоты возбуждения от времени при экспоненциальном (1), линейном (2) и гиперболическом (3) законах сканирования (сплошные линии соответствуют увеличению частоты, штриховые – уменьшению частоты)

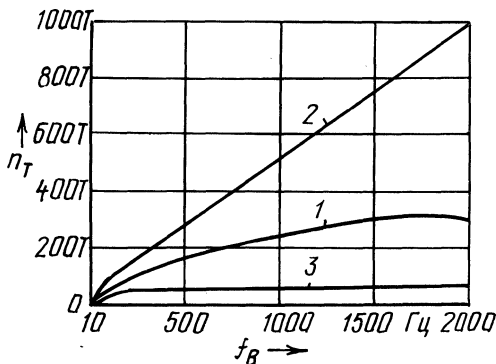


Рис. 2. Зависимость количества циклов колебаний за время T однократного прохождения диапазона $10 \dots f_B$ Гц от его ширины при экспоненциальном (1), линейном (2) и гиперболическом (3) законах сканирования

Проинтегрировав уравнение (5), имеем

$$f_{(3)}(t) = f_H / (1 - k_3 t), \text{ или } f_{(3)}(t) = f_H / [1 - k_3 (T - t)], \quad (6)$$

где $k_3 = \frac{f_B - f_H}{f_B T} = \frac{k_2}{f_B}$ — коэффициент, характеризующий скорость изменения частоты.

Сравним эффективность полученных зависимостей сканирования частоты возбуждения в нормированных величинах $z = f(t)/f_0$ и $b = t/T$. Примем интервал частот $f_H \dots f_B$ и время его прохождения для рассматриваемых законов (3)–(6) одинаковым. Изменение частоты возбуждения z по времени показано на рис. 1. Чем уже диапазон $f_H \dots f_B$, тем меньше влияет закон сканирования на вид зависимостей $z = \varphi(b)$. Общее число колебаний, полученных каждым элементом изделия за время однократного прохождения рассматриваемого интервала $f_H \dots f_B$ при экспоненциальном, линейном и гиперболическом законах сканирования, представлено на рис. 2. Линейный закон способствует появлению наибольшего числа колебаний, наименьшее число циклов нагружения элементы получают при гиперболическом законе.

Число колебаний, полученных каждым элементом в диапазоне с наибольшей повреждаемостью, при рассматриваемых зависимостях $f(t)$ определяется по формулам:

$$\Delta n_{0(1)} = f_0 \Delta t_0 = f_0 \frac{T}{Q} \frac{1}{\ln(f_B/f_H)} = f_0 \frac{T}{Q} \frac{1}{\ln(z_B/z_H)},$$

$$\Delta n_{0(2)} = f_0 \frac{T}{Q} \frac{f_0}{f_B - f_H} = f_0 \frac{T}{Q} \frac{1}{z_B - z_H},$$

$$\Delta n_{0(3)} = f_0 \frac{T}{Q} \frac{f_B f_H}{f_0 (f_B - f_H)} = f_0 \frac{T}{Q} \frac{z_B z_H}{z_B - z_H}.$$

Скорость сканирования частоты в полосе Δf_0 обратно пропорциональна числу колебаний в этой полосе.

На основании анализа полученных зависимостей отметим, что влияние законов сканирования частоты возбуждения равносильно появлению циклов резонансных колебаний, росту их амплитуды и определяется относительным временем прохождения полосы Δf_0 (см. рис. 1).

ЛИТЕРАТУРА

1. ГОСТ 20.57.406-81. Изделия электронной техники, квантовой электроники и электротехнические: Методы испытаний. — М., 1982. — 165 с. 2. Ленк А., Ренитц Ю. Механические испытания приборов и аппаратов. — М., 1976. — 270 с. 3. Б и д е р м а н В.Л. Теория механических колебаний. — М., 1980. — 406 с. 4. С у р и н В.М. Оценка усталостного повреждения при испытаниях с изменяющейся частотой возбуждения // Весці АН БССР, Сер. фіз.-тэхн. навук. — Мн., 1987. — № 2. — С. 3–7. 5. Кац А.М. Вынужденные колебания при прохождении через резонанс // Инж. сб. — 1947. — Т. III, вып. 2. — С. 100–125.

УДК 534

С.М. АРИНКИН, А.А. ФЕДУТА

О СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЯХ АБСОЛЮТНО ТВЕРДОГО ТЕЛА НА УПРУГОМ ПОДВЕСЕ, ВРАЩАЮЩЕМСЯ С ПОСТОЯННОЙ УГЛОВОЙ СКОРОСТЬЮ ВОКРУГ НЕПОДВИЖНОЙ ОСИ

В настоящей работе в рамках теории колебаний линейных систем рассмотрена задача о свободных колебаниях абсолютно твердого тела, закрепленного на упругом подвесе, равномерно вращающемся вокруг неподвижной оси (рис. 1). Стержни подвеса имеют кольцевое поперечное сечение.

Используя уравнения Лагранжа второго рода и учитывая условия относительного покоя тела, получаем систему четырех обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих относительное движение тела:

$$\left. \begin{aligned} M\ddot{x}_c - 2M\omega_0\dot{y}_c + (2c_x - M\omega_0^2)x_c &= 0, \\ M\dot{y}_c + 2M\omega_0\dot{x}_c + (2c_y - M\omega_0^2)y_c &= 0, \\ M\ddot{z}_c + 2c_z z_c &= 0, \\ J_1\ddot{\varphi} + [2a^2c_z - (J_2 - J_3)\omega_0^2]\varphi &= 0. \end{aligned} \right\}$$

При наличии у тела динамической симметрии ($J_2 = J_3$) частоты крутильных колебаний

$$p_x = (2a^2c_z/J_1)^{1/2}.$$

Если же динамическая симметрия отсутствует, т. е. $J_2 \neq J_3$, и имеет место неравенство $2a^2c_z - (J_2 - J_3)\omega_0^2 > 0$, то частоты крутильных колебаний

$$p_k = [(2a^2c_z - (J_2 - J_3)\omega_0^2)/J_1]^{1/2}.$$