

— 4 кН; $m_k = 8$ кг. Вычисления были проведены на ЭВМ ЕС 1035 с использованием программы PR 115 на ФОРТРАНе, которая реализует алгоритм, описанный соотношениями (3)–(22).

Анализ опытных данных, приведенных в работе [4], показывает необычное возрастание ординат безразмерной амплитудно-частотной характеристики

$P_j(\nu)$ до значений, больших единицы, с увеличением путевой частоты. $k_v \theta(\nu)$

Отмеченная особенность требует дополнительной экспериментальной проверки и дальнейших исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Левин М.А. Моделирование колеса с шиной с учетом параметров ее конструкции применительно к динамике систем с качением // Теорет. и прикл. механика. — Мн., 1988. — Вып. 15. — С. 9–16.
2. Левин М.А. Некоторые результаты исследования реакций связей деформируемого колеса // Теорет. и прикл. механика. — Мн., 1973. — С. 3–17.
3. Левин М.А. Нестационарный увод колеса с учетом проскальзывания в области контакта // 26-я науч.-техн. конф. БПИ: Материалы секции теорет. и прикл. механики. — Мн., 1970. — С. 73–80.
4. Weber R., Persch H. Frequency response of tires-slip angle and lateral force. — SAE Preprint. — 1976. — N 760030. — 19 p.

УДК 621.01

С.Е. КАРПОВИЧ

РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ КИНЕМАТИКИ ДЛЯ МАНИПУЛЯТОРА ОБЩЕГО ВИДА

Различные подходы к решению обратных задач кинематики манипуляторов даны в работах [1–4]. Однако все они имеют ограниченное применение, так как предназначены для решения конкретных частных задач.

Рассмотрим манипулятор общего вида (рис. 1), содержащий шесть подвижных звеньев, соединенных шестью вращательными кинематическими парами. Пусть программа движения захвата задана функциями, определяющими положение и ориентацию во времени его системы координат $S_6^{(i)}$ в неподвижной системе основания S_0 , например матрицей четвертого порядка $M_{06} = [\beta_{ij}(t)]$, где β_{ij} , $i, j = 1, 2, 3$, — направляющие косинусы системы координат $S_6^{(j)}$ в системе S_0 ; $\beta_{k4}(t)$, $k = 1, 2, 3$, — функции, определяющие положение начала системы координат $S_6^{(i)}$ в системе S_0 . Конструктивные и переменные параметры манипулятора задаются следующим образом. Угол α_k — угол скрещивания осей $z_k^{(i)}$ и $z_k^{(j)}$, отсчитываемый от оси $z_k^{(j)}$ к оси $z_k^{(i)}$ против хода часовой стрелки, если смотреть с конца оси $x_k^{(i)}$ или $x_k^{(j)}$; $k = 1, \dots, 6$ —

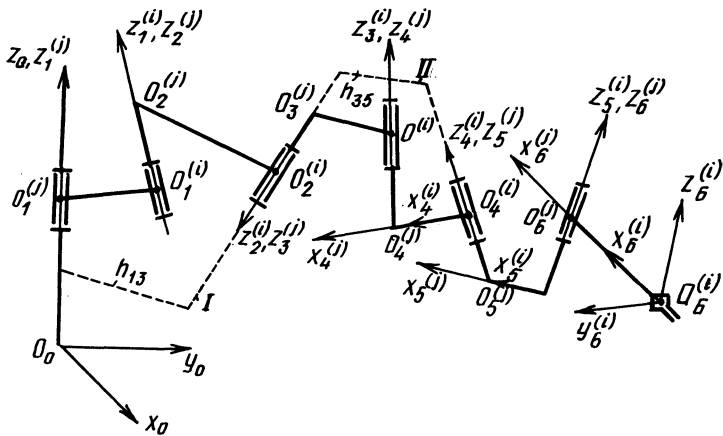


Рис. 1. Схема манипулятора общего вида

номер звена; h_k — кратчайшее расстояние между осями $z_k^{(i)}$ и $z_k^{(j)}$; $a_{k-1,k}$ — расстояние между осями $x_{k-1}^{(i)}$ и $x_k^{(j)}$, измеренное вдоль оси $z_k^{(j)}$ или $z_{k-1}^{(i)}$. Обобщенные координаты манипулятора характеризуются углами $\varphi_{k-1,k}$, $k = 1, \dots, 6$, отсчитываемыми от осей $x_{k-1}^{(j)}$ к осям $x_k^{(i)}$ в направлении против хода часовой стрелки, если смотреть с конца оси $z_{k-1}^{(j)}$ или $z_k^{(i)}$. Такой выбор конструктивных и переменных параметров манипулятора позволяет каждую матрицу относительного положения звеньев представить в виде произведения двух взаимно независимых матриц геометрии $G_{kk}^{(ij)}$ и движения $M_{k-1,k}$ [2]. Для перехода к четырехзвенному моделирующему механизму авторы предлагают каждую из диад звеньев 1-2 и 3-4 заменить соответствующими "эквивалентными" звеньями I и II, геометрические условия связей которых аналогичны уравнениям связей указанных диад. Из рассмотрения геометрии и кинематики диады 1-2 с помощью матричных преобразований $M_{k-1,k}$ и $G_{kk}^{(ij)}$ окончательно получим следующие геометрические параметры (уравнения связей) "эквивалентного" звена I:

$$\left. \begin{aligned} h_{13} &= \left(Q_1 - \frac{q_1^2 - 2q_1q_2 \cos \alpha_{13} + q_2^2}{\sin \alpha_{13}} \right)^{1/2}, \\ \cos \alpha_{13} &= -\sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \varphi_{12} + \cos \alpha_1 \cos \alpha_2, \\ d_1 &= \frac{q_1 \cos \alpha_{13} - q_2}{\sin^2 \alpha_{13}}, \quad d_2 = \frac{q_1 - q_2 \cos \varphi_{13}}{\sin^2 \alpha_{13}}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где

$$q_1 = h_2 \sin \alpha_1 \sin \varphi_{12} + a_{12} \cos \alpha_1;$$

$$q_2 = h_1 \sin \alpha_2 \sin \varphi_{12} + a_{12} \cos \alpha_2 ;$$

$$Q_1 = h_1^2 + h_2^2 + a_{12}^2 + 2h_1 h_2 \cos \varphi_{12} .$$

Для диады из звеньев 3-4 по аналогии с системой (1) "эквивалентное" звено II будет иметь следующие геометрические параметры:

$$\left. \begin{aligned} h_{35} &= \left(Q_2 - \frac{q_3^2 - 2q_3 q_4 \cos \alpha_{35} + q_4^2}{\sin^2 \alpha_{35}} \right)^{1/2} , \\ \cos \alpha_{35} &= -\sin \alpha_3 \sin \alpha_4 \cos \varphi_{34} + \cos \alpha_3 \cos \alpha_4 , \\ d_2' &= \frac{q_3 \cos \alpha_{35} - q_4}{\sin^2 \alpha_{35}} , \quad d_3 = \frac{q_3 - q_4 \cos \alpha_{35}}{\sin^2 \alpha_{35}} , \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где

$$q_3 = h_4 \sin \alpha_3 \sin \varphi_{34} + a_{34} \cos \alpha_3 ;$$

$$q_4 = h_3 \sin \alpha_4 \sin \varphi_{34} + a_{34} \sin \alpha_4 ;$$

$$Q_2 = h_3^2 + h_4^2 + a_{34}^2 + 2h_3 h_4 \cos \varphi_{34} .$$

В зависимости от обобщенной координаты φ_{56} функции S_1, S_2, S_3 линейных перемещений в цилиндрических парах моделирующего механизма определяются из кинематики "эквивалентного" механизма в явном виде:

$$S_1 = F - CS_3 - S_2 \cos \alpha_{13} - h_{13} \sin \alpha_{13} (A \cos \varphi_{01} - B \sin \varphi_{01}) , \quad (3)$$

$$S_2 = \frac{AG_1 - BG_2}{\sin \alpha_{13} (B \sin \varphi_{01}^* - A \cos \varphi_{01}^*)} , \quad (4)$$

$$S_3 = \frac{G_2 \sin \varphi_{01}^* - G_1 \cos \varphi_{01}^*}{B \sin \varphi_{01}^* - A \cos \varphi_{01}^*} , \quad (5)$$

$$\cos \varphi_{01}^* = \frac{-BC \cos \alpha_{13} \pm A \sqrt{(A^2 + B^2) \sin^2 \alpha_{13} - C^2 \cos^2 \alpha_{13}}}{(A^2 + B^2) \sin \alpha_{13}} ,$$

$$\sin \varphi_{01}^* = \frac{-BC \cos \alpha_{13} \mp B \sqrt{(A^2 + B^2) \sin^2 \alpha_{13} - C^2 \cos^2 \alpha_{13}}}{(A^2 + B^2) \sin^2 \alpha_{13}} .$$

В свою очередь S_1, S_2, S_3 выражаются в явном виде через переменные и постоянные параметры диад 1-2, 3-4:

$$S_1 = a_{01} - d_1 , \quad (6)$$

$$S_2 = a_{23} + d_2 + d_2', \quad (7)$$

$$S_3 = a_{45} + d_3. \quad (8)$$

Приравняв попарно выражения (3)–(5) и (6)–(8), получим три нелинейных уравнения с тремя неизвестными обобщенными координатами φ_{12} , φ_{34} , φ_{56} . Решение этой системы осуществлялось на ЭВМ ЕС 1022 по разработанной авторами программе, основанной на демпфированном методе наименьших квадратов [5]. Остальные обобщенные координаты манипулятора φ_{01} , φ_{23} , φ_{45} определяются в явном виде.

Результаты решения обратной задачи на ЭВМ по описанному алгоритму показывают, что, как правило, существует конечное число вариантов решения. Для манипулятора, изображенного на рис. 1, их не более 32. В некоторых случаях решение отсутствует либо возникает бесконечное множество решений. Все эти ситуации определяются геометрией кинематической цепи манипулятора и геометрической характеристикой рабочей операции, выполняемой захватом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Карпович С.Е. Формализованное описание и исследование на ЭВМ исполнительных манипуляторов робототехнических систем // Приборостроение. – Мн., 1985. – Вып. 7. – С. 7–12.
2. Карпович С.Е., Литвин Ф.Л. Условия существования одного и двух кривошипов в механизме ВЦЦ // Изв. вузов. Сер. Машиностроение. – 1976. – № 8. – С. 52–56.
3. Попов Е.П., Верещагин А.Ф., Зенкевич С.Л. Манипуляционные работы: Динамика и алгоритмы. – М., 1978. – 398 с.
4. Диментберг Ф.М. Теория пространственных шарнирных механизмов. – М., 1982. – 335 с.
5. Химмельблау Д. Прикладное нелинейно программирование. – М., 1975. – 534 с.

УДК 531.01

М.А. МАЦУР

МЕТОД СОСТАВЛЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ГОЛОНОМНЫХ И НЕГОЛОНОМНЫХ СИСТЕМ СО СВЯЗЯМИ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ПОРЯДКОВ ОБЩЕГО ВИДА

Изложение вопросов механики неголономных систем дано в книгах [1–3]. Известные методы составления уравнений движения неголономных систем предназначены, как правило, для систем с линейными связями первого порядка и имеют сложную структуру.

В настоящей работе излагается метод составления уравнений движения голономных и неголономных систем со связями произвольных порядков общего вида. Учет связей, налагаемых на систему, осуществляется с помощью коэффициентов влияния связей.

Рассмотрим систему, состоящую из N материальных точек A_j , $j = 1, \dots, N$, массы которых m_j . На эту систему действуют заданные силы F_j и реакции