

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кудинов В.М., Коротеев А.Я. Сварка взрывом в металлургии. — М., 1978. — 164 с. 2. Ким А.Х., Корженевская Н.Н., Алехнович Г.Н., Соколовский Г.С. Математическая модель формирования соединения при высокоскоростном соударении // Теорет. и прикл. механика. — Мн., 1986. — Вып. 14. — С. 92–95.

УДК 539.376

А.Х. КИМ, Г.С. СОКОЛОВСКИЙ, Р.В. СТЕФАНОВИЧ

### ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ НАГРЕТОЙ БИМЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ПОЛОСКИ

Рассмотрим следующую задачу. При равномерном нагреве биметаллической полоски, состоящей из двух сваренных между собой разнородных металлов и нагруженной продольной растягивающей силой, необходимо установить закон распределения нормальных напряжений по ее поперечному сечению. Принимается кинематическая гипотеза плоских сечений, гипотеза Кирхгофа–Лява о ненадавливании слоев, эквидистантных поверхности сая; металлы каждого слоя считаются однородным и изотропным [ 1 ].

Выделим из полоски после ее деформации двумя сечениями, перпендикулярными к наружным поверхностям полоски, элемент, длина которого до деформирования была равна  $dx$  (рис. 1), Вначале определим относительную деформацию произвольного продольного слоя биметалла, поместив начало системы координат  $Oxy$  в плоском поперечном сечении на границе соединения двух металлов. Длина произвольного слоя  $L(y)$  после деформирования может быть выражена следующим образом:

$$L(y) = (\rho + y) d\varphi = dx(1 + \alpha_i \Delta t + \epsilon_i), \quad (1)$$

где  $i = 1, 2$ ;  $\rho$  — радиус кривизны граничного слоя;  $d\varphi$  — элементарный угол наклона ограничивающих плоских сечений;  $\alpha_i$  — коэффициент линейного расширения;  $\Delta t$  — температура нагрева полоски;  $\epsilon_i$  — относительная деформация рассматриваемого слоя.

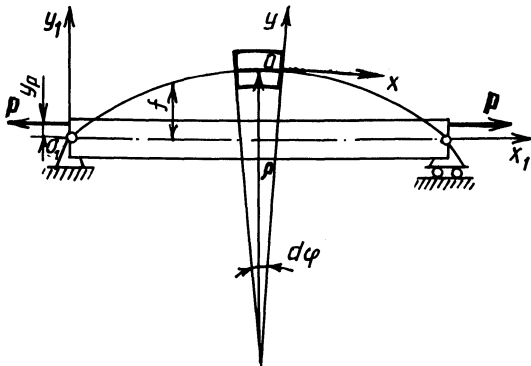


Рис. 1. Схема рассматриваемого элемента биметаллической полоски

Аналогично для слоя сварки двух металлов

$$L(0) = \rho d\varphi = dx(1 + \alpha_i \Delta t + \epsilon_i^0), \quad (2)$$

где  $\epsilon_i^0$  — относительная деформация поверхности сварки одного из металлов.

Условие неразрывности при деформации для граничного слоя имеет вид

$$\alpha_1 \Delta t + \epsilon_1^0 = \alpha_2 \Delta t + \epsilon_2^0. \quad (3)$$

Разделив почленно (1) на (2), с учетом (3) получим:

$$\epsilon_1 = \epsilon_1^0 + \frac{y}{\rho} (1 + \alpha_1 \Delta t + \epsilon_1^0),$$

$$\epsilon_2 = \epsilon_1^0 + (\alpha_1 - \alpha_2) \Delta t + \frac{y}{\rho} (1 + \alpha_1 \Delta t + \epsilon_1^0).$$

Дальнейший расчет нормальных напряжений в поперечном сечении биметаллической полоски выполним сначала для случая упругого деформирования обоих металлов. Запишем уравнения равновесия сил, действующих на правое граничное сечение рассматриваемого элемента биметалла (см. рис. 1):

$$\left. \begin{aligned} \Sigma F_{x_i} &= P, \\ \Sigma M_0(F_i) &= P(y_P - f), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

или, полагая  $\sigma_i = E_i \epsilon_i$ :

$$\int_0^{h_1} E_1 \epsilon_1 b dy + \int_{-h_2}^0 E_2 \epsilon_2 b dy = P, \quad (5)$$

$$\int_0^{h_1} E_1 \epsilon_1 b y dy + \int_{-h_2}^0 E_2 \epsilon_2 b y dy = P(y_P - f), \quad (6)$$

где  $P$  — растягивающая сила;  $b$  — ширина полоски биметалла;  $y_P$  — координата точки приложения растягивающей силы;  $f$  — прогиб рассматриваемого поперечного сечения;  $h_1, h_2$  — толщина слоев металлов.

Проинтегрировав уравнения (5), (6) и решив составленную из них систему, получим

$$\epsilon_1^0 = \frac{E_2 h_2 (3Mh_2 - 4N)(\alpha_1 - \alpha_2) \Delta t + \frac{P}{b} (4N + 6M)(y_P - f)}{E_1 h_1 (4N + 3Mh_1) + E_2 h_2 (4N - 3Mh_2)},$$

где  $M = E_2 h_2^2 - E_1 h_1^2$ ;  $N = E_1 h_1^3 + E_2 h_2^3$ ;

$$\frac{1}{\rho} = \frac{3E_2 h_2^2 (\epsilon_1^0 + (\alpha_1 - \alpha_2) \Delta t) - 3E_1 \epsilon_1^0 h_1^2 + 6P(y_P - f)/b}{2(1 + \alpha_1 \Delta t + \epsilon_1^0)(E_1 h_1^3 + E_2 h_2^3)}.$$

Нормальные напряжения определим следующим образом:

Таблица 1

Исходные данные для расчета нормальных напряжений нагретой биметаллической полоски МЗ-АД1.0

$T, ^\circ\text{C}$	$u_p, \text{м}$	$f, \text{м}$	АД1.0			МЗ			
			$E_1, \text{ГПа}$	$\alpha_1 \cdot 10^6$	$h_1, \text{м}$	$\sigma_{1T}, \text{МПа}$	$E_2, \text{ГПа}$	$\alpha_2 \cdot 10^6$	$h_2, \text{м}$
200	0	0	67	27,3	$2 \cdot 10^{-3}$	86	125	17,2	$2 \cdot 10^{-3}$

Таблица 2

Результаты расчета нормальных напряжений в нагретой биметаллической полоске МЗ-АД1.0 при упругом деформировании

$T, ^\circ\text{C}$	$P, \text{Н}$	$\epsilon_1^0 \cdot 10^4$	$\rho, \text{м}$	АД1.0		МЗ	
				$\sigma_1(y=0), \text{МПа}$	$\sigma_1(y=h_1), \text{МПа}$	$\sigma_2(y=0), \text{МПа}$	$\sigma_2(y=-h_2), \text{МПа}$
200	2000	-4,24	1,27	-28,38	77,68	174,3	-23,56

$$\sigma_1 = E_1 \left( \epsilon_1^0 + \frac{y}{\rho} (1 + \alpha_1 \Delta t + \epsilon_1^0) \right), \quad 0 \leq y \leq h_1,$$

$$\sigma_2 = E_2 \left( \epsilon_1^0 + (\alpha_1 - \alpha_2) \Delta t + \frac{y}{\rho} (1 + \alpha_1 \Delta t + \epsilon_1^0) \right), \quad -h_2 \leq y \leq 0.$$

Выполним численный расчет нормальных напряжений в биметалле МЗ-АД1.0 для случая упругого деформирования. Исходные данные приведены в табл. 1, а результаты расчета – в табл. 2.

Общая картина распределения нормальных напряжений в поперечном сечении дана на рис. 2.

При определенных значениях температуры нагрева или растягивающей силы  $P$  пиковые напряжения в некоторых слоях биметаллической полоски могут достичь предела текучести соответствующего материала, и при дальнейшем увеличении степени деформирования произойдет образование зон пластичности. Ниже приводится расчет нормальных напряжений в поперечном сечении биметалла в случае появления одной зоны пластического течения (рис.3), при этом нелинейное поведение металла описывается моделью упруго идеально пластического тела [2]. Поскольку в рассматриваемом случае напряженное состояние формируется двумя факторами: температурными напряжениями и растягивающей силой, то при решении данной задачи в нелинейной постановке нарушается действие принципа суперпозиции. Поэтому приводимый расчет ограничивается следующими условиями: 1) два фактора начинают действовать одновременно; 2) действие первого по времени приложения фактора не приводит к возникновению областей течения.

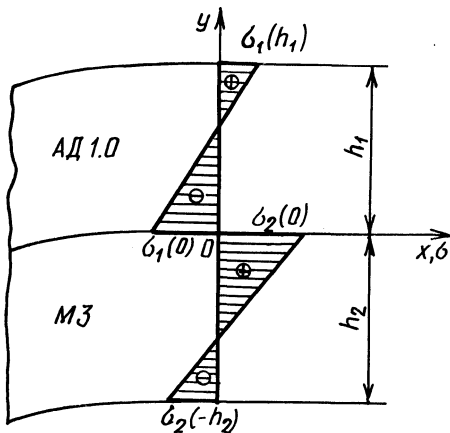


Рис. 2. Распределение нормальных напряжений в поперечном сечении биметаллической полоски при упругом деформировании

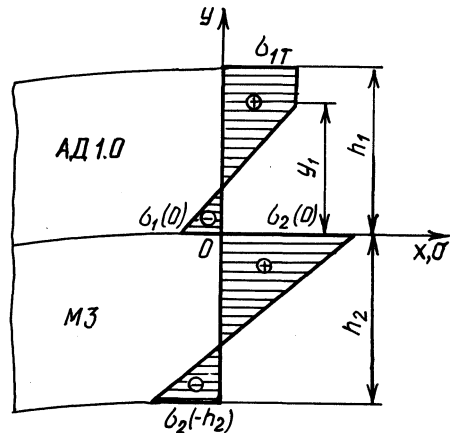


Рис. 3. Распределение нормальных напряжений в поперечном сечении биметаллической полоски при возникновении одной зоны пластического деформирования

Предварительно запишем систему уравнений равновесия (4):

$$\int_0^{y_1} E_1 \epsilon_1 b dy + \sigma_{1T} \int_{y_1}^{h_1} b dy + \int_{-h_2}^0 E_2 \epsilon_2 b dy = P; \quad (7)$$

$$\int_0^{y_1} E_1 \epsilon_1 b y dy + \sigma_{1T} \int_{y_1}^{h_1} b y dy + \int_{-h_2}^0 E_2 \epsilon_2 b y dy = P(y_P - f), \quad (8)$$

где  $\sigma_{1T}$  — предел текучести первого металла;  $y_1$  — координата начала зоны пластичности первого металла. Дополнительно запишем еще одно уравнение:

$$\sigma_{1T} = E_1 \left( \epsilon_1^0 + \frac{y_1}{\rho} (1 + \alpha_1 \Delta t + \epsilon_1^0) \right). \quad (9)$$

В результате совместного преобразования выражений (7), (8), (9) получим:

$$Ay_1^3 + By_1^2 + Cy_1 + D = 0, \quad (10)$$

где

$$A = 2E_1 \frac{P}{b} - 2\sigma_{1T} E_2 h_2 - 2\sigma_{1T} E_1 h_1 - 2E_1 E_2 (\alpha_1 - \alpha_2) \Delta t;$$

$$B = 3\sigma_{1T} E_1 h_1^2 - 3\sigma_{1T} E_2 h_2^2 - 6E_1 P \frac{y_P - f}{b} - 3E_1 E_2 h_2^2 (\alpha_1 - \alpha_2) \Delta t;$$

$$C = 6\sigma_{1T} E_2 h_1 h_2^2 - 6E_2 \frac{P}{b} h_2^2 - 12E_2 P \frac{y_P - f}{b} h_2 + 6\sigma_{1T} E_2 h_1^2 h_2^2;$$

Результаты расчета нормальных напряжений в нагретой  
биметаллической полоске МЗ-АД1.0 при неупругом деформировании

T, °C	P, Н	y <sub>1</sub> , м	ε <sub>1</sub> <sup>0</sup> · 10 <sup>4</sup>	ρ, м	АД1.0		МЗ	
					σ <sub>1</sub> (y=0), МПа	σ <sub>1</sub> (y=y <sub>1</sub> ), МПа	σ <sub>2</sub> (y=0), МПа	σ <sub>2</sub> (y=-h <sub>2</sub> ), МПа
200	2467,7	1,94 · 10 <sup>-3</sup>	-2,954	1,24	-19,79	86	190,3	-12,71

$$D = 4\sigma_1 T E_2 h_1 h_2^3 + E_2^2 h_2^4 (\alpha_1 - \alpha_2) \Delta t - 4E_2 \frac{P}{b} h_2^3 + \\ + \sigma_1 T \frac{E_2^2}{E_1} h_2^4 - 6E_2 P \frac{y_P - f}{b} h_2^2 + 3\sigma_1 T E_2 h_1^2 h_2^2.$$

Решение уравнения (10) должно удовлетворять следующему условию:  $0 \leq y_1 \leq h_1$ . Далее,

$$\epsilon_1^0 = \frac{\frac{P}{b} - \sigma_1 T (h_1 - y_1) + \frac{E_2 \sigma_1 T h_2^2}{2E_1 y_1} - E_2 h_2 (\alpha_1 - \alpha_2) \Delta t - \frac{\sigma_1 T y_1}{2}}{\frac{E_1 y_1}{2} + E_2 h_2 + \frac{E_2 h_2^2}{2y_1}}, \\ \frac{1}{\rho} = \frac{\sigma_1 T / E_1 - \epsilon_1^0}{y_1 (1 + \alpha_1 \Delta t + \epsilon_1^0)}.$$

Итак, нормальные напряжения в поперечном сечении биметаллической полоски для случая возникновения одной зоны неупругого течения определяются следующим образом:

$$\sigma_1 = E_1 \left( \epsilon_1^0 + \frac{y}{\rho} (1 + \alpha_1 \Delta t + \epsilon_1^0) \right), \quad 0 \leq y \leq y_1, \\ \sigma_1 = \sigma_1 T, \quad y_1 \leq y \leq h_1, \\ \sigma_2 = E_2 \left( \epsilon_1^0 + (\alpha_1 - \alpha_2) \Delta t + \frac{y}{\rho} (1 + \alpha_1 \Delta t + \epsilon_1^0) \right), \quad -h_2 \leq y \leq 0.$$

Результаты численного расчета для рассмотренного случая приведены в табл. 3.

Сравнение величин рассчитанных напряжений с величинами, получаемыми согласно рекомендациям, данным в работах [1-3], дает расхождение результатов, не превышающее 5%. Но преимущество предлагаемого метода расчета состоит в том, что он позволяет проанализировать изменение напряженного состояния в поперечном сечении по длине биметаллической полоски в зависимости от прогиба каждого конкретного сечения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Григолюк Э.И. О равновесии и устойчивости биметаллических полос // Инж. сб. — 1950. — Т. 7. — С. 69–90. 2. Тимошенко С.П., Тере Дж. Механика материалов. — М., 1976. — 660 с. 3. Термические напряжения и деформации в биметаллах: Методические указания. — Мн., 1985. — 31 с.

УДК 534.1:620.178.3

В.Б. НЕМЦОВ, Н.А. ДОЛБИН, Ф.Ф. ЦАРУК,  
И.Г. ДОВГЯЛЛО. Ю.Н. КОНДЕЕВ

### К РАСЧЕТУ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПЛАСТИН, КОЛЕБЛЮЩИХСЯ НА НИЗКИХ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ И ЗВУКОВЫХ ЧАСТОТАХ

Исследование сопротивления усталости элементов конструкций на низких ультразвуковых частотах имеет важное значение для объектов, подвергающихся действию высокочастотного нагружения на большой базе циклов изменения нагрузки. Хотя амплитуда колебаний высокой частоты и мала, однако их вклад в общий процесс накопления усталостных повреждений весьма значителен [ 1 ].

Используя высокую частоту нагружения, можно сократить затраты времени на проведение усталостных испытаний и определить характеристики выносливости материалов на базах вплоть до  $10^{10}$  и более циклов за приемлемый промежуток времени [ 2 ].

При высокочастотном нагружении исследование процесса усталости обычно проводится на установках, работающих в резонансном режиме. В этом случае определение напряжений в образцах известными методами тензометрирования затруднительно из-за высокой частоты нагружения. В связи с этим важным является развитие методов расчета напряженного состояния пластинчатых образцов, поскольку при изгибных колебаниях на таких образцах легко реализуется напряженное состояние, характерное для большинства натуральных конструкций [ 3 ].

При резонансном режиме работы определение напряженного состояния сводится к анализу собственных форм колебаний, а соотношения между амплитудами смещений и напряжений устанавливаются законом Гука [ 4 ].

Уравнение колебаний однородной пластины постоянной толщины имеет вид

$$D \left( \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} \right) + \rho h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = 0,$$

где  $W = W(x, y)$  — функция смещения;  $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$  — цилиндрическая жесткость пластины;  $\rho$  и  $h$  — плотность и толщина пластины.

Для предварительной оценки характера амплитудной функции были проведены эксперименты с пластинами на серийных и специально разработанных