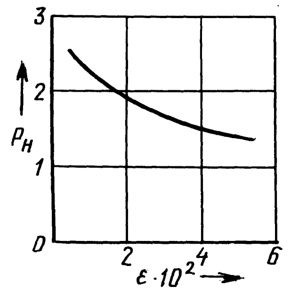
Рис. 2. Графическая зависимость коэффициента нерегулярности ϵ от параметра нагрузки $P_н$ для фрагментов купола



са и соответствующим узлом порождающего многогранника; $\Delta_{ср} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \Delta_i$.

Порождающий многогранник должен удовлетворять следующим требованиям:

1) быть симметричным, причем рассматриваемая симметрия может быть либо полной, либо частичной;

2) радиус описанной сферы для порождающего многогранника равен радиусу описанной сферы для исследуемого каркаса;

3) число граней и узлов порождающего многогранника равно числу граней и узлов каркаса.

В случае полной симметрии должны соблюдаться условия осесимметричности, а также равномерного распределения узлов как по широте θ, так и по долготе φ. В случае частичной симметрии должно удовлетворяться лишь условие осесимметричности.

Зависимость коэффициента нерегулярности ϵ от параметра нагрузки прощелкивания $P_н$ для исследуемых модулей показана на рис. 2.

Предлагаемая методика позволяет оценить влияние нерегулярности расположения элементов сетчатого купола на несущую способность конструкции и может быть использована в практике проектирования сетчатых куполов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Косых Э.Г., Тавгень И.А. Стенд для испытания моделей сетчатых куполов на статическую нагрузку // Информ. листок № 012-1988. – Мн., 1988. – 4 с. 2. Питлюк Д.А. Испытание строительных конструкций на моделях. – М., 1971. – 253 с. 3. Ершов Г.Ф., Косых Э.Г. Исследование устойчивости сферического купола с нерегулярным подкреплением ребер жесткости // Современные проблемы строительной механики и прочности летательных аппаратов: Материалы Всесоюз. конф. – М., 1983. – С. 62.

УДК 539.3

ФАМ ХОНГ НГА

УСЛОВИЯ БЕЗИЗГИБНОЙ ДЕФОРМАЦИИ КОНИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК, ВЫПОЛНЕННЫХ ИЗ РАЗНОМОДУЛЬНОГО МАТЕРИАЛА

Безизгибная (безмоментная) деформация оболочечных конструкций представляет собой один из наиболее выгодных режимов их работы, поскольку при этом напряжения по толщине распределены равномерно и материал используется с наибольшей полнотой. Ниже выведена явная формула для толщины незамкнутой усеченной конической оболочки, деформируемой без изгиба заданной осесимметричной внешней нагрузкой.

Пусть q_n и q_s – составляющие внешней нагрузки в направлении нормали и вдоль образующей оболочки. Тогда действующие в ней нормальные внутренние усилия T_s и T_φ можно вычислить по формуле [1–3]

$$\left.\begin{aligned} T_s &= \frac{\eta}{r}\left[\int\limits_{r_0}^{r}\left(q_n + \frac{q_s}{\sqrt{\eta^2-1}}\right) r\,dr + C\right], \\ T_\varphi &= \eta r q_n , \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

где C – произвольная постоянная, определяемая из нагружения граничного контура, в частности $C = T_s^0 r_0/\eta$; T_s^0 – главный вектор сил, направленных параллельно оси вращения и равномерно распределенных по торцу оболочки; $\eta = \sec\theta$; θ – угол между образующей и осью вращения.

Предположим, что $T_s T_\varphi < 0$, т. е. напряженное состояние в оболочке относится к областям 2-го рода, следовательно, компоненты деформации связаны с T_s и T_φ формулами [4]:

$$\left.\begin{aligned} \epsilon_s &= \frac{1}{hE^-}\left(T_s - \nu^- T_\varphi\right), \\ \epsilon_\varphi &= \frac{1}{hE^+}\left(T_\varphi - \nu^+ T_s\right). \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Если внешняя нагрузка не вызывает изменения кривизны срединной поверхности оболочки, то ϵ_s и ϵ_φ связаны соотношением [1]

$$\frac{d}{dr}\left(r\epsilon_\varphi\right) = \epsilon_s . \tag{3}$$

Это условие будет выполняться только в том случае, когда толщина оболочки удовлетворяет условию

$$h(r) = h_0 \frac{r}{r_0}\left|\frac{T_\varphi - \nu^- T_s}{T_\varphi^0 - \nu^- T_s^0}\right| \exp\left\{-\frac{E^-}{E^+}\int\limits_{r_0}^{r}\frac{T_s - \nu^+ T_\varphi}{r\left(T_\varphi - \nu^- T_s\right)}dr\right\}, \tag{4}$$

где T_s и T_φ определяются из системы (1); E^+, E^-, ν^+, ν^- – соответственно коэффициенты упругости и Пуассона для разномодульного материала.

Формула (4) является следствием подстановки выражений (1), (2) в (3) и последующего интегрирования возникающего при этом дифференциального уравнения относительно $h = h(r)$.

Рассмотрим частные случаи применения формулы (4).

1. Пусть на торце оболочки $r = r_0$ действуют равномерно распределенные силы, направленные параллельно оси вращения T_s^0, а на ее поверхности – рав-

номерно распределенная нормально приложенная нагрузка интенсивностью $q = \text{const}$. Тогда $q_s = 0$, $q_n = q$,

$$\left.\begin{aligned} T_s &= \frac{T_s^0 r_0}{r} + \eta q \,\frac{r^2 - r_0^2}{2r}, \\ T_\varphi &= \eta q r. \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Подставляя выражения для T_s и T_φ из (5) в формулу (4), получаем

$$h(r) = h_0 \frac{r}{r_0} \left| \frac{(2-\nu^+) r^2 + \nu^+ r_0 (r_0 - T_s^0/q)}{r(2r_0 - \nu^+ T_s^0/q)} \right| A^{-\frac{E^+}{E^-}\,\frac{1-2\nu^-}{2(2-\nu^+)}} B^{\frac{E^+}{E^-}\frac{1}{2\nu^+}}, \tag{6}$$

где

$$A = \left| \frac{r^2 + \dfrac{\nu^+ r_0}{2-\nu^+}(r_0 - T_s^0/q)}{r_0^2 + \dfrac{\nu^+ r_0}{2-\nu^+}(r_0 - T_s^0/q)} \right|;$$

$$B = \left| \frac{r^2}{(2-\nu^+) r^2 + \nu^+ r_0 (r_0 - T_s^0/q)} \quad \frac{(2-\nu^+) r_0^2 + \nu^+ r_0 (r_0 - T_s^0/q)}{r_0^2} \right|.$$

Формула (6) справедлива, если начальные данные и механические постоянные удовлетворяют следующим условиям:

$$q > 0, \quad 0 < T_s^0/q < r_0,$$

$$0 < r < \frac{r_0(2r_0 - \nu^+ T_s^0/q)}{(2-\nu^+) r_0 + \nu^+ (r_0 - T_s^0/q)},$$

$$1 < \frac{E^+}{E^-}\,\frac{1}{2\nu^+} < 2, \qquad 2r_0 - \nu^+ \frac{T_s^0}{q} < 2 - \nu^+.$$

Отметим, что при $q < 0$ в формуле (6) следует заменить ν^- на ν^+, E^- на E^+ и, наоборот, E^+ на E^- и ν^+ на ν^-.

2. Пусть коническая оболочка несет равномерно распределенную, приложенную в плоскости параллелиповерхностную нагрузку интенсивностью q (для определенности предполагаем $q > 0$); на основаниях оболочки действуют силы $-T_s^0$. Тогда:

$$T_s = -\frac{r_0}{r} T_s^0, \quad T_\varphi = qr,$$

$$h = h_0 \frac{r}{r_0} \left| \frac{r^2 + \nu^+ r_0 T_s^0/q}{r(r_0 + \nu^+ T_s^0/q)} \right| \left| \frac{r^2 + \nu^+ r_0 T_s^0/q}{r_0^2 + \nu^+ r_0 T_s^0/q} \right|^{\frac{E^+}{E^-}\frac{\nu^-}{2}} \times$$

$$\times \left| \frac{r^2}{r^2 + \nu^+ r_0 T_s^0} \quad \frac{r_0^2 + \nu^+ r_0 T_s^0/q}{r_0^2} \right|^{\frac{E^+}{E^-}\frac{1}{\nu^+}}$$

при следующих начальных данных:

$$-T_s^0 q r_0 < 0 , \quad \nu^+ \frac{T_s^0}{q} \leqslant r_0 , \quad \nu^+ \frac{T_s^0}{q} \leqslant r \leqslant r_0 .$$

3. Если усеченная коническая оболочка несет только равномерно распределенную тангенциальную нагрузку T_s^0 на торце, а $q = 0$, то:

$$T_s = -\frac{r_0}{r} T_s^0, \quad T_\varphi = 0,$$

$$h = h_0 \frac{r}{r_0} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{\frac{E^+}{E^-}\frac{1}{\nu^+} - 1} .$$

При этом предполагается, что $\frac{E^+}{E^-} \frac{1}{\nu^+} > 1, \; 0 < r \leqslant r_0$.

Условие (4) позволяет также установить те ограничения на q_n , q_φ, T_s^0 , при которых реализуется безмоментное напряженное состояние оболочки. В частности, для случая деформирования оболочки силами T_s^0 , q безмоментное состояние в ней будет реализовано только при следующей функциональной зависимости:

$$T_s^0 = -\frac{q\eta}{2} \frac{r^2 - r_0^2}{r} .$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Мартыненко М.Д., Нго Хыонг Нью. Обратная задача безмоментной теории разномодульных оболочек // Теорет. и прикл. механика. – Мн., 1986. – Вып. 13. – С. 32–35. 2. Мартыненко М.Д. Определение безмоментной формы оболочки под действием заданной внешней нагрузки // Вопросы мат. физики и теории функций. – Киев, 1964. – С. 91–96. 3. Мартыненко М.Д. Об одной задаче безмоментной теории оболочек вращения, находящихся в температурном поле // Докл. АН БССР. – 1972. – Т. 16, № 6. – С. 499–501. 4. Амбарцумян С.А. Теория анизотропных оболочек. – М., 1974. – 448 с.