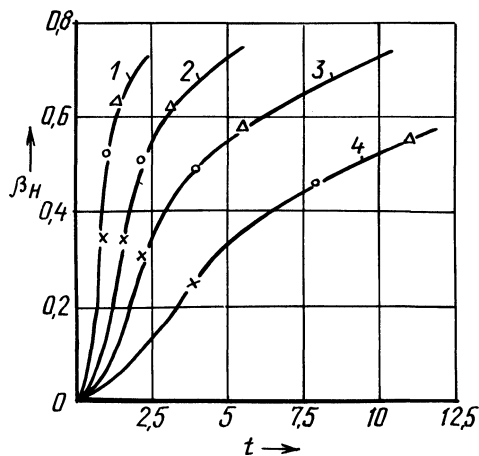


Рис. 1. Динамика изменения нефтеотдачи



ренных случаях после одного и того же объема прокачанной вытесняющей жидкости. В частности, 90 %-я обводненность достигается после закачки 1,2 поровых объемов, а 95 %-я — после закачки 2,6, для достижения 99 %-й обводненности требуется прокачать более 14 поровых объемов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б е р н а д и н е р М.Г., Е н т о в В.М. Гидродинамическая теория фильтрации аномальных жидкостей. — М., 1975. — 200 с.
2. К л е в ч е н я А.А., Т а р а н ч у к В.Б. О некоторых численных решениях задач вытеснения неньютоновской нефти водой // Численные методы решения задач фильтрации многофазной несжимаемой жидкости. — Новосибирск, 1980. — С. 123—129.
3. Т а р а н ч у к В.Б. О разностных схемах для расчета насыщенности в задачах линейной и нелинейной фильтрации двух несмешивающихся несжимаемых жидкостей при отсутствии или наличии активной примеси // Вестн. БГУ. Сер. 1. Физ., мат. и мех. — 1984. — № 3. — С. 71.
4. К л е в ч е н я А.А., Т а р а н ч у к В.Б. Об одном разностном методе для одномерных задач вытеснения вязкопластической нефти водой // Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук. — 1984. — № 1. — С. 105—107.
5. T o d d M.R., O' d e l P.M., H i r a s a k i. Methods for Increased Accuracy in Numerical Reservoir Simulators // Soc. Petr. Eng. J. — 1972. — Dec. — P. 515—530.

УДК 622.276.031

Р.В. ШАЙМУРАТОВ

ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ВЫТЕСНЕНИЯ НЕФТИ ВОДОЙ В СИСТЕМЕ СКВАЖИН

Рассмотрим алгоритм исследования фильтрационных течений, основанный на использовании зависимости пластового давления $p(x, y, t)$ от поля водонасыщенностей $s(x, y, t)$ при вытеснении нефти водой. Из результатов работы [1] следует, что в качестве исходного распределения давления при восстановлении поля s , используемого при определении закона движения точек с фик-

сированными значениями водонасыщенности $s = s_{\min}$, $s = s_{\max}$, могут быть приняты функции $p_{н,в}$, описывающие пластовое давление соответственно в нефтяной и водной зонах области фильтрации. Аналогами этих функций при взаимовытеснении несмешивающихся жидкостей в системе скважин являются [2]

$$p_{н,в} = \varphi - \frac{\mu_{н,в} R}{kh} \sum_{i=1}^R Q_i G_{MM_i}, \quad (1)$$

где φ — гармоническая функция, удовлетворяющая граничным условиям; $\mu_{в}$ — вязкость воды; $\mu_{н}$ — вязкость нефти; k — проницаемость пласта; h — толщина пласта; R — число скважин; G_{MM_i} — функция Грина; M_i — точка размещения i -й скважины с дебитом $\pm Q_i$ (знак "+" соответствует добывающей, а "-" — нагнетательной скважине). Аналогично поле водонасыщенностей s является решением уравнения [3]

$$mK(s) \frac{\partial s}{\partial t} + kH(s) (\nabla p, \nabla s) = 0, \quad K(s) = K_{в}(s) + K_{н}(s), \quad (2)$$

$$K_{в,н} = f_{в,н}(s) / \mu_{в,н}, \quad H(s) = K'_{н} K_{в} - K'_{в} K_{н}$$

(m — пористость пласта, $f_{в}(s)$, $f_{н}(s)$ — относительные проницаемости воды и нефти) при известных ∇p и функции начального распределения водонасыщенности $s_0 = s(x, y, 0)$.

Подставив $p_{н,в}$ из выражения (1) в уравнение (2) с учетом линейной зависимости $f_{в}$, $f_{н}$ от s применительно к трещинным средам, имеем:

$$\frac{\partial s}{\partial t} + A \frac{\partial s}{\partial x} + B \frac{\partial s}{\partial y} = 0, \quad (3)$$

$$A = - \frac{k}{m((\mu_{н} - \mu_{в})s + \mu_{в})} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\gamma_{н,в} R}{mh} \sum_{i=1}^R \frac{Q_i}{s(1 - \mu_0) + \mu_0} \frac{\partial G_{MM_i}}{\partial x}, \quad (4)$$

$$B = - \frac{k}{m((\mu_{н} - \mu_{в})s + \mu_{в})} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\gamma_{н,в} R}{mh} \sum_{i=1}^R \frac{Q_i}{s(1 - \mu_0) + \mu_0} \frac{\partial G_{MM_i}}{\partial y}, \quad (5)$$

где

$$\gamma_{н,в} = \begin{cases} 1, & p = p_{н} \quad (s = s_{\min}), \\ \mu_0 = \mu_{в} / \mu_{н}, & p = p_{в} \quad (s = s_{\max}). \end{cases}$$

Результат интегрирования уравнения (3) методом характеристик [4] позволяет исследовать продвижение точки (x, y) с постоянной насыщенностью $s = c$. Оно описывается вспомогательной системой из двух обыкновенных дифференциальных уравнений с начальными условиями, когда в выражениях для коэффициентов (4) и (5) $s = c$.

С учетом полей давлений в областях, занятых нефтью ($s = s_{\min}$) и водой ($s = s_{\max}$), по изложенной в работе [1] схеме получим приближенные выражения для распределения водонасыщенности, совпадающие с точным [1] при $s = s_{\min}$:

$$s = \begin{cases} 1, & \eta_c \leq \eta \leq \tau/(2m), \\ \frac{1}{1-\mu_0} \left(\frac{\tau}{2m\eta} - \mu_0 \right), & \frac{\tau}{2m} \leq \eta \leq \frac{\tau}{2m\mu_0}, \\ 0, & \tau/(2m\mu_0) \leq \eta \leq L/(2l), \end{cases}$$

и $s = s_{\max}$:

$$s = \begin{cases} 1, & \eta_c \leq \eta \leq \mu_0 \tau / (2m), \\ \frac{\mu_0}{1-\mu_0} \left(\frac{\tau}{2m\eta} - 1 \right), & \frac{\mu_0 \tau}{2m} \leq \eta \leq \frac{\tau}{2m}, \\ 0, & \frac{\tau}{2m} \leq \eta \leq \frac{L}{2l} \quad (\tau \leq mL/l). \end{cases}$$

По известному полю водонасыщенностей s поле пластовых давлений восстанавливается с помощью интегрального представления функции p . Заметим, что в случае многих скважин оно содержит частные производные первого порядка от функции $s(x, y, t)$ по всем независимым переменным. Поэтому для повышения точности расчета поля пластовых давлений функция $s(x, y, t)$ должна быть гладкой, т. е. должна иметь одновременно не равные нулю непрерывные частные производные. В связи с этим полученные выражения для полей водонасыщенностей целесообразно аппроксимировать параболami

$$s = \begin{cases} 1, & \eta_c \leq \eta \leq \mu_0 \tau / (2m) \\ 1 - \left(\frac{\mu_0 (2m\eta/\tau - \mu_0)}{1 - \mu_0^2} \right)^{0,5}, & \frac{\mu_0 \tau}{2m} \leq \eta \leq \frac{\tau}{2m\mu_0}, \\ 0, & \frac{\tau}{2m\mu_0} \leq \eta \leq \frac{L}{2l} \quad \left(\tau \leq \frac{m\mu_0 L}{l} \right), \end{cases} \quad (6)$$

симметричными относительно прямой $s = s_{\max}$.

Выполнив интегрирование функции p с учетом (6), получим выражение

$$p = p_0 + \frac{Q\mu_B}{2klh} \left\{ a - \eta \frac{1}{\sqrt{1+\mu_0}} \left[a\lambda \left(\mu_0 + \frac{\lambda}{3} \right) - \eta \sqrt{\lambda\psi} \left(\mu_0 + \frac{\psi}{3} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\tau\sqrt{\lambda}}{2m} \left(\sqrt{\psi} \left(\frac{1}{5} \psi^2 + \frac{2}{3} \mu_0 \psi + \mu_0^2 \right) - \sqrt{\lambda} \left(\frac{1}{5} \lambda^2 + \frac{2}{3} \mu_0 \lambda + \mu_0^2 \right) \right) \right] \right\},$$

$$\lambda = (1 - \mu_0) / \mu_0, \quad \psi = 2m\eta/\tau - \mu_0, \quad a = L/(2l),$$

описывающее приближенное поле пластовых давлений в водонефтяной зоне $\mu_0 \tau / (2m) \leq \eta \leq \tau / (2m\mu_0)$. В зонах, занятых водой $\eta_c \leq \eta \leq \frac{\mu_0 \tau}{2m}$ (η_c – безразмерный радиус скважины галереи) и нефтью $\tau / (2m\mu_0) \leq \eta \leq a$, пластовое давление p линейно зависит от η соответственно с угловыми коэффициентами $\partial p / \partial \eta$ в точках $\eta = \mu_0 \tau / (2m)$, $\eta = \tau / (2m\mu_0)$.

В случае большого числа скважин множество точек, используемое при гладкой аппроксимации поля насыщенностей между изостатами с $s = s_{\min}$ и $s = s_{\max}$, может быть получено как решение вспомогательной системы для уравнений (3)–(5) вместе с начальными условиями с помощью стандартных программ интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Далее, воспользовавшись параболическим распределением водонасыщенности s между этими линиями и интегральным представлением p , вычислим поле пластовых давлений в водонефтяной зоне. Пластовое давление в зонах, занятых водой и нефтью, определяется как левое и правое продолжения функции p при соблюдении равенства объема протекающей жидкости и давления соответственно на внутренней и внешней границах водонефтяной зоны.

В заключение отметим, что основные соотношения, используемые при реализации вышеизложенного алгоритма, могут быть найдены и при изучении фильтрационных процессов в неоднородных трехмерных средах с учетом капиллярного скачка давлений на водонефтяном контакте. (Аналогичный вид этих соотношений, полученных без явного учета в уравнениях неразрывности действий скважин, см. в работе [3].) Таким образом, после вывода необходимых соотношений с учетом действующих скважин изложенная схема расчета вытеснения нефти водой может быть использована и при соблюдении более сложных условий разработки нефтяных залежей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ш а й м у р а т о в Р.В. Исследование взаимовлияния физических полей пластовых давлений и водонасыщенностей // Теорет. и прикл. механика. – Мн., 1988. – Вып. 15. – С. 26–31.
2. Ш а й м у р а т о в Р.В. Гидродинамика нефтяного трещиноватого пласта. – М., 1980. – 222 с.
3. Д а н и л о в В.Л., К а ц Р.М. Гидродинамические расчеты взаимного вытеснения жидкостей в пористой среде. – М., 1980. – 264 с.
4. К о р н Г., К о р н Т. Справочник по математике. – М., 1968. – 720 с.

УДК 532.5:532.135

Е.Н. ЛАМБИНА, Б.И. ЛАПУШИНА

МАЛЫЕ КОЛЕБАНИЯ ТЯЖЕЛЫХ ПЛАСТИН НА ТОНКОМ СЛОЕ ВЯЗКОУПРУГОЙ ЖИДКОСТИ

Рассмотрим движение тяжелой пластины, круглой или длинной прямоугольной, на тонком горизонтальном слое вязкоупругой жидкости. Реологическое поведение слоя описывается многозвенной моделью Максвелла. Функция релаксации в этом случае имеет вид